

# Entwicklung adaptiver Strukturen am Beispiel einer funktionsintegrierten Lagerung zur aktiven Schwingungsisolation empfindlicher Geräte

Vom Fachbereich Maschinenbau  
der Technischen Universität Darmstadt  
zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)**

genehmigte  
DISSERTATION

vorgelegt von  
Dipl.-Ing. Torsten Bartel  
aus Bad Soden

|                             |                                     |
|-----------------------------|-------------------------------------|
| Berichterstatter:           | Prof. Dr.-Ing. Tobias Melz          |
| Mitberichterstatter:        | Prof. Dr.-Ing. Stephan Rinderknecht |
| Tag der Einreichung:        | 10.12.2013                          |
| Tag der mündlichen Prüfung: | 17.03.2014                          |

Darmstadt 2014

D17



# Kurzfassung

Die Analyse- und Fertigungsgenauigkeit von Maschinen, Geräten und Aufbauten im Nano- und Subnanobereich nimmt immer weiter zu. Zur Reduktion von Umgebungsschwingungen, welche die Funktion moderner Systeme beeinträchtigen, reichen bauliche Maßnahmen und passive Lösungen zur Schwingungsreduktion immer häufiger nicht mehr aus. Daher werden zunehmend aktive Systeme zur Steigerung der Schwingungsisolierung eingesetzt. Herkömmliche aktive Systeme basieren meistens auf getrennt voneinander ausgeführten elektrodynamischen Schwingspulen, einer rein mechanischen Struktur, Sensoren, der Regelungshardware und Aktorverstärkern. Demgegenüber bietet eine Integration aktorischer, sensorischer und mechanischer Eigenschaften in ein multifunktionales Bauteil eine Reduktion der Komplexität und kompaktere Bauweisen. Dazu können multifunktionale Materialien, wie piezoelektrische Keramiken, eingesetzt werden. Piezoelektrische Biegebalken, auch Bimorphe genannt, erfüllen die Anforderungen, die an Aktoren und Sensoren zum Einsatz in aktiven Isolationsystemen gestellt werden. Trotz der möglichen Vorteile sind Isolationsplattformen aus piezoelektrischen Bimorphen bislang nicht Stand von Wissenschaft und Technik.

In dieser Arbeit wird die methodische Entwicklung der wesentlichen Komponenten einer funktionsintegrierten Isolationsplattform vorgestellt. Ausgehend vom bekannten V-Modell erfolgt die Entwicklung der Einzelkomponenten in verschiedenen Entwicklungsschritten. Dabei unterstützt eine flexible Simulationsumgebung, die anhand von Detaillierungsebenen an den jeweiligen Entwicklungsschritt angepasst werden kann. Während in der ersten Detaillierungsebene idealisierte Komponenten zur Ermittlung prinzipieller Auslegungsgrößen betrachtet werden, können in der Folge Teilsysteme durch Modelle ausgetauscht werden, die auf analytisch, numerisch oder messtechnisch ermittelten Daten basieren.

Als Schwerpunkt dieser Arbeit werden die Entwicklungsschritte des piezoelektrischen Bimorphaktors vorgestellt. Dabei werden die analytische Geometrieoptimierung des Bimorphs und daraus abgeleitete Möglichkeiten für seine konstruktive Umsetzung beschrieben. In der Folge wird gezeigt, wie numerische und messtechnische Daten zur Verifizierung der Auslegungsvorgaben ermittelt werden können. Zur Integration einer höheren Detaillierungsebene des Aktormodells in die Simulationsumgebung wird die passive Aktordynamik als Zustandsraummodell abgebildet und sein Blockierkraftverlauf durch ein IIR-Filter approximiert. Alle dazu benötigten Daten lassen sich numerisch oder messtechnisch ermitteln. Eine reduzierte, aber ähnliche Beschreibung wird auch für einen Bimorphsensor aufgezeigt. Ergänzend wird ein Überblick zur Modellierung einer Aufbaustruktur als idealer Starrkörper und als elastische Struktur gegeben. Bezüglich der Regelung werden die Prinzipien verschiedener zentraler und dezentraler Signalführungen vorgestellt.

Abschließend wird die Anwendung der Entwicklungsmethodik zum Aufbau einer prototypischen, dreiaxial aktiven Schwingungsisolationsplattform demonstriert und ein Einblick in die Entwicklung einer sechsaachsig aktiven Isolationsplattform gegeben. Der Einsatz der vorgestellten funktionsintegrierten Lager ermöglicht neuartige, kompakte Bauweisen, die über die Möglichkeiten des gegenwärtigen Stands der Technik hinausgehen.

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Abteilung Strukturtechnik und Schwingungstechnik des Bereichs Adaptronik am Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit (LBF).

An erster Stelle geht mein Dank an Herrn Professor Dr.-Ing. Tobias Melz für die Betreuung meiner Promotion sowie für die langjährige, vertrauensvolle Unterstützung während meiner Tätigkeit am Institut.

Herrn Professor Dr.-Ing. Stephan Rinderknecht danke ich für die Übernahme des Ko-referats und das Interesse, dass er der Arbeit entgegengebracht hat.

Weiterhin möchte ich im Besonderen Dr.-Ing. Sven Herold für die begleitende Betreuung, Anregungen und fachlichen Diskussionen danken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Bei den Kollegen des Bereichs Adaptronik, insbesondere Tobias Drögemüller, Oliver Heuss und Thomas Pfeiffer, möchte ich mich für die freundschaftliche Zusammenarbeit, die fachlichen und außerfachlichen Diskussionen sowie für die stete Hilfsbereitschaft bedanken.

Mein besonderer Dank geht an meine Frau Yvonne für die großartige Unterstützung und Geduld während der Durchführung und Fertigstellung dieser Arbeit sowie an meine gesamte Familie für die jahrelange Förderung und Unterstützung.

## Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit, abgesehen von den in ihr ausdrücklich genannten Hilfen, selbständig verfasst habe.

Darmstadt, den 10. Dezember 2013

(Torsten Bartel)



# Inhaltsverzeichnis

|   |            |
|---|------------|
| <b>Kurzfassung</b>  | <b>I</b>   |
| <b>Vorwort</b>  | <b>II</b>  |
| <b>Inhaltsverzeichnis</b>   | <b>V</b>   |
| <b>Nomenklatur</b>  | <b>VII</b> |
| <b>1 Einleitung</b>   | <b>1</b>   |
| 1.1 Motivation . . . . .  | 1          |
| 1.2 Zielsetzung . . . . .   | 2          |
| 1.3 Aufbau der Arbeit . . . . .   | 3          |
| <b>2 Grundlagen</b>   | <b>7</b>   |
| 2.1 Transmission . . . . .  | 7          |
| 2.2 Isolation . . . . .   | 7          |
| 2.2.1 Passive Isolation . . . . .   | 8          |
| 2.2.2 Aktive Isolation . . . . .  | 9          |
| 2.3 Blockierkraft . . . . .   | 9          |
| 2.4 Impedanz-Admittanz-Modellierung von Isolationsmaßnahmen . . . . .                     | 10         |
| <b>3 Stand der Wissenschaft und Technik</b>   | <b>13</b>  |
| 3.1 Schwingungsspezifikationen zum Betrieb empfindlicher Geräte . . . . .                 | 13         |
| 3.2 Systeme zur aktiven Schwingungsreduktion . . . . .                                    | 14         |
| 3.3 Systeme zur aktiven Lagerung empfindlicher Geräte . . . . .                           | 17         |
| 3.4 Aktoren zur aktiven Lagerung empfindlicher Geräte . . . . .                           | 19         |
| 3.4.1 Wirkweise elektrodynamischer und wegübersetzter piezoelektrischer Aktoren . . . . . | 19         |
| 3.4.2 Piezoelektrische Bimorphaktoren . . . . .   | 20         |
| 3.5 Sensoren zur aktiven Lagerung . . . . .   | 23         |
| 3.5.1 Wirkweise von Geophonen . . . . .   | 24         |
| 3.5.2 Piezoelektrische Biegesensoren . . . . .  | 24         |
| 3.6 Zusammenfassung und Fazit zum Stand von Wissenschaft und Technik . .                  | 25         |
| <b>4 Methodik zur Entwicklung des ganzheitlichen Systems und Systemsimulation</b>         | <b>27</b>  |
| 4.1 Komponenten eines aktiven Isolationssystems . . . . .                                 | 27         |
| 4.2 Methodik zur Entwicklung eines aktiven Isolationssystems . . . . .                    | 28         |
| 4.3 Detaillierungsebenen der Systemsimulation . . . . .                                   | 31         |
| 4.4 Zusammenfassung und Fazit zur Entwicklungsmethodik und zur Systemsimulation . . . . . | 32         |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>5</b> | <b>Gelagerte Struktur</b>   | <b>33</b> |
| 5.1      | Starrkörperformulierung der gelagerten Struktur . . . . .                                       | 34        |
| 5.2      | Elastische Formulierung der gelagerten Struktur . . . . .                                       | 36        |
| 5.3      | Beispiel: Numerische und experimentelle Modellbildung einer Lochrasterplatte . . . . .          | 38        |
| 5.4      | Zusammenfassung und Fazit zur Auslegung der gelagerten Struktur . . . .                         | 41        |
| <b>6</b> | <b>Piezelektrischer Bimorphaktor</b>  | <b>43</b> |
| 6.1      | Mögliche Bauweisen von Bimorphaktoren . . . . .   | 44        |
| 6.2      | Grundsätzliches Verhalten von piezelektrischen Bimorphaktoren . . . . .                         | 45        |
| 6.3      | Analytisches Modell des piezelektrischen Bimorphaktors . . . . .                                | 46        |
| 6.3.1    | Berechnung der Biegesteifigkeit und der äquivalenten translatorischen Steifigkeit . . . . .     | 47        |
| 6.3.2    | Berechnung der translatorischen Aktorkraft . . . . .  | 49        |
| 6.3.3    | Berechnung der zweiten Eigenfrequenz . . . . .  | 52        |
| 6.3.4    | Parameteroptimierung . . . . .  | 55        |
| 6.4      | Möglichkeiten der konstruktiven Umsetzung des piezelektrischen Bimorphaktors . . . . .          | 57        |
| 6.4.1    | Konstruktionsvarianten einer Bimorphlagerung . . . . .  | 58        |
| 6.4.2    | Konstruktionsvarianten der Einspannung . . . . .  | 59        |
| 6.4.3    | Konstruktionsvarianten zum Ausgleich einer wechselnden statischen Last . . . . .                | 60        |
| 6.5      | Einbindung des piezelektrischen Bimorphaktors in die Systemmodellierung                         | 62        |
| 6.5.1    | Integration der Lagerdynamik . . . . .  | 63        |
| 6.5.2    | Integration der aktorischen Wirkung . . . . .   | 64        |
| 6.6      | Vermessung des piezelektrischen Bimorphaktors . . . . .   | 65        |
| 6.6.1    | Ermittlung des Blockierkraftverlaufs . . . . .  | 66        |
| 6.6.2    | Ermittlung der ersten und zweiten Resonanzfrequenz . . . . .                                    | 67        |
| 6.6.3    | Ermittlung des freien Hubs . . . . .  | 68        |
| 6.6.4    | Bestimmung der modalen Daten . . . . .  | 69        |
| 6.6.5    | Bestimmung der Transmission . . . . .   | 69        |
| 6.7      | Anwendung des Entwicklungsschemas zur Auslegung eines piezelektrischen Wegaktors . . . . .      | 70        |
| 6.8      | Zusammenfassung und Fazit zur Auslegung aktiver Bimorphaktoren . . . .                          | 73        |
| <b>7</b> | <b>Piezelektrischer Beschleunigungssensor</b>   | <b>75</b> |
| 7.1      | Mögliche Bauweisen von Biegesensoren . . . . .  | 76        |
| 7.2      | Grundsätzliches Sensorverhalten . . . . .   | 76        |
| 7.3      | Analytisches Modell des piezelektrischen Biegesensors . . . . .                                 | 78        |
| 7.3.1    | Berechnung des Verlaufs der Sensorempfindlichkeit . . . . .                                     | 78        |
| 7.3.2    | Bestimmung des Ladungsausgangs des Sensors bei Einheitsverschiebung . . . . .                   | 79        |
| 7.4      | Möglichkeiten der konstruktiven Umsetzung des piezelektrischen Beschleunigungssensors . . . . . | 81        |
| 7.5      | Vermessung des piezelektrischen Beschleunigungssensors . . . . .                                | 82        |
| 7.5.1    | Bestimmung der Sensitivität . . . . .   | 82        |
| 7.5.2    | Bestimmung des Sensorrauschens . . . . .  | 82        |

|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| 7.6       | Anwendung des Entwicklungsschemas zur Auslegung eines piezoelektrischen Beschleunigungssensors . . . . . | 84         |
| 7.7       | Zusammenfassung und Fazit zur Auslegung piezoelektrischer Biegesensoren                                  | 87         |
| <b>8</b>  | <b>Möglichkeiten zur Regelung einer aktiven Isolationsplattform</b>                                      | <b>89</b>  |
| 8.1       | Regelungsstrategien . . . . .  | 90         |
| 8.1.1     | Absolutgrößenrückführung . . . . .   | 90         |
| 8.1.2     | Differenzwegrückführung . . . . .  | 92         |
| 8.1.3     | Integrale Kraftrückführung . . . . .   | 93         |
| 8.2       | Regelungsmethodik . . . . .  | 94         |
| 8.2.1     | Dezentrale Regelung . . . . .  | 94         |
| 8.2.2     | Zentrale Regelung . . . . .  | 95         |
| 8.3       | Beispiel zur Regelungsmethodik . . . . .   | 96         |
| 8.4       | Zusammenfassung und Fazit zur Regelung einer aktiven Isolationsplattform                                 | 97         |
| <b>9</b>  | <b>Piezoelektrische Isolationsplattform</b>  | <b>99</b>  |
| 9.1       | System zur Isolation von drei Freiheitsgraden . . . . .  | 101        |
| 9.1.1     | Bestimmung von Auslegungsparametern . . . . .  | 101        |
| 9.1.2     | Integration des aktiven Bimorphlagers in die Systemsimulation . . .                                      | 103        |
| 9.1.3     | Aufbau und Vermessung des aktiven Bimorphlagers . . . . .  | 105        |
| 9.1.4     | Aufbau und Vermessung der gesamtheitlichen Isolationsplattform .   | 107        |
| 9.2       | System zur Isolation von sechs Freiheitsgraden . . . . .   | 108        |
| 9.3       | Zusammenfassung und Fazit zum Aufbau einer aktiven Isolationsplattform                                   | 112        |
| <b>10</b> | <b>Zusammenfassung und Ausblick</b>  | <b>115</b> |
|           | <b>Literaturverzeichnis</b>  | <b>119</b> |
|           | <b>Anhang</b>  | <b>125</b> |
| <b>A</b>  | <b>Gesamtmodell der dreiaxial aktiven Isolationsplattform</b>  | <b>126</b> |
| A.1       | Simulink-Blockschaltbild . . . . .   | 126        |
| <b>B</b>  | <b>Modell des Aufbaus der dreiaxial aktiven Isolationsplattform</b>                                      | <b>127</b> |
| B.1       | Parameter des Aufbaus . . . . .  | 127        |
| B.2       | Berechnung des Trägheitstensors des Aufbaus . . . . .  | 127        |
| B.3       | Ergebnisse der experimentellen Modalanalyse des Aufbaus . . . . .  | 129        |
| <b>C</b>  | <b>Modell des Lagers der dreiaxial aktiven Isolationsplattform</b>                                       | <b>131</b> |



# Nomenklatur

## Kapitel 2

|                                |   |
|--------------------------------|---|
| $\ddot{X}_1(s), \ddot{X}_2(s)$ | Beschleunigung des Punkts 1 bzw. des Punkts 2 (im Frequenzbereich)  |
| $\Delta v$                     | Differenzgeschwindigkeit  |
| $\Delta x_A$                   | Differenzweg zwischen Aktorpunkten                                  |
| $\Delta X_n(j\omega)$          | Differenzweg (im Frequenzbereich)                                   |
| $\dot{X}_1(s), \dot{X}_2(s)$   | Geschwindigkeit des Punkts 1 bzw. des Punkts 2 (im Frequenzbereich) |
| $\omega$                       | Kreisfrequenz   |
| $\omega_n$                     | Eigenkreisfrequenz  |
| $\xi$                          | Dämpfungsgrad   |
| $A$                            | Aktorgröße  |
| $d, d_P$                       | Dämpfungskonstante bzw. Dämpfungskonstante des Piezoelements        |
| $f, f_1, f_A$                  | Kraft bzw. Kraft am Punkt 1 bzw. Aktorkraft                         |
| $g$                            | Verstärkungsfaktor  |
| $k, k_P$                       | Federsteifigkeit bzw. Federsteifigkeit des Piezoelements            |
| $m, m_P$                       | Masse bzw. Masse des Piezoelements                                  |
| $P_1, P_2$                     | Punkt 1 bzw. Punkt 2  |
| $S_1, S_2$                     | Sensorgröße 1 bzw. Sensorgröße 2                                    |
| $T_{X_1}^{X_2}(s)$             | Transmission des Wegs von Punkt 1 zu Punkt 2 (im Frequenzbereich)   |
| $U_A$                          | elektrische Aktorspannung   |
| $x_{A1}, x_{A2}$               | Weg des Aktorpunkts 1 bzw. des Aktorpunkts 2                        |

$X_1(s), X_2(s), X_n(s)$  Weg des Punkts 1 bzw. des Punkts 2 bzw. des Punkts n (im Frequenzbereich)

$Y$  Impedanz

$Z_n(j\omega)$  Eingangsadmittanz am Punkt n (im Frequenzbereich)

### Kapitel 3

$f_1$  erste Eigenfrequenz

$n$  Anzahl der Stockwerke

$x_S$  Abstand

### Kapitel 4

$\alpha$  Winkel gegenüber Ausgangszustand

$\varphi_{xx}, \varphi_{yy}, \varphi_{zz}$  Drehachse um x bzw. y bzw. z

$A$  Akteurwirkung

$x, y, z$  x- bzw. y- bzw. z-Achse

$P_1 \dots P_5$  Kopplungspunkt 1 bis Kopplungspunkt 5

### Kapitel 5

$\alpha$  Massenproportionale Dämpfungskonstante

$\alpha$  Winkel gegenüber Ausgangszustand

$\dot{Q}_l(s)$  Geschwindigkeit von Punkt l (im Frequenzbereich)

$\gamma$  Steifigkeitsproportionale Dämpfungskonstante

$\omega_{0i}$  i-te Eigenfrequenz

$\Theta_{xx}, \Theta_{yy}, \Theta_{zz}$  Drehträgheitsmomente um die x- bzw. y- bzw. z-Achse

$\Theta_{xy}, \Theta_{xz}, \Theta_{yz}$  Deviationsmomente

$\underline{0}_{(a,b)}$  Nullmatrix mit a Zeilen und b Spalten

$\underline{A}$  Systemmatrix

$\underline{B}$  Steuermatrix

$\underline{C}$  Beobachtungsmatrix

$\underline{D}$  Durchgangsmatrix

$\underline{I}_{(a,b)}$  Einheitsmatrix mit a Zeilen und b Spalten

|   |   |
|---|---|
| $\underline{\Phi}$  | Eigenmatrix   |
| $\underline{\Phi}^T$  | transponierte Eigenmatrix   |
| $\underline{\Theta}$  | Drehträgheitstensor   |
| $\underline{D}$   | Dämpfungsmatrix   |
| $\underline{K}$   | Steifigkeitsmatrix  |
| $\underline{M}$   | Trägheitstensor   |
| $\underline{T}^{(f)}$   | Transformationsmatrix der Kräfte und Momente                                      |
| $\underline{T}^{(v)}$   | Transformationsmatrix der Geschwindigkeiten                                       |
| $\varphi_{xx}, \varphi_{yy}, \varphi_{zz}$                              | Drehachse um x bzw. um y bzw. um z  |
| $\vartheta_i$   | i-ter modaler Dämpfungsgrad   |
| $\vec{p}_i(t)$  | Beschleunigungszeitfunktion der i-ten Eigenform                                   |
| $\vec{\delta}_{\overline{SP}_1}, \dots, \vec{\delta}_{\overline{SP}_n}$ | Differenzvektor vom Schwerpunkt zu Punkt 1 bis Punkt n                            |
| $\vec{\dot{p}}_i(t)$  | Geschwindigkeitszeitfunktion der i-ten Eigenform                                  |
| $\vec{\omega}_S$  | Drehgeschwindigkeitsvektor des Schwerpunkts                                       |
| $\vec{\phi}_i$  | i-ter Eigenvektor   |
| $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$                                       | Einheitsvektor in x- bzw. y- bzw. z-Richtung                                      |
| $\vec{e}_x^T, \vec{e}_y^T, \vec{e}_z^T$                                 | Transponierter Einheitsvektor in x- bzw. y- bzw. z-Richtung                       |
| $\vec{f}_{P_n}$   | Kraftvektor am Punkt n  |
| $\vec{f}_S$   | Kraftvektor am Schwerpunkt  |
| $\vec{m}_S$   | Momentenvektor am Schwerpunkt   |
| $\vec{p}_i(t)$  | Wegzeitfunktion der i-ten Eigenform (im Zeitbereich)                              |
| $\vec{q}(t)$  | Wegvektor (im Zeitbereich)  |
| $\vec{q}_S, \vec{\dot{q}}_S, \vec{\ddot{q}}_S$                          | Wegvektor bzw. Geschwindigkeitsvektor bzw. Beschleunigungsvektor des Schwerpunkts |
| $\vec{r}_S, \vec{r}_{P_n}$  | Vektor vom Ursprung zum Schwerpunkt bzw. zu Punkt n                               |
| $\vec{v}_{P_n}, \vec{v}_S$  | Geschwindigkeitsvektor des Punkts n bzw. des Schwerpunkts                         |
| $F_k(s)$  | Kraft am Punkt k (im Frequenzbereich)   |

|  |  |
|--|--|
| $G_{kl}(s)$  | Übertragungsfunktion von Punkt k nach Punkt l (im Frequenzbereich)   |
| $x, y, z$  | x- bzw. y- bzw. z-Achse  |
| $\text{diag}()$  | Diagonalmatrix   |
| $P_1 \dots P_5$  | Kopplungspunkt 1 bis Kopplungspunkt 5  |
| $P_n$  | Punkt n  |
| $S$  | Schwerpunkt  |
| <b>Kapitel 6</b>   |  |
| $\ddot{w}$   | Höhere Zeitableitung der Absenkung   |
| $\Delta\omega_0$   | Verschiebung der Grundeigenfrequenz  |
| $\Delta x_F$   | maximal möglicher Federweg   |
| $\Delta z_{\overline{S_P S}}, \Delta z_{\overline{S_B S}}$ | Abstand der Neutralen Faser des Piezoelements bzw. des Balkens zur Neutralen Faser des Komposits             |
| $\langle \rangle$  | FÖPPEL-Symbol  |
| $\omega$   | Kreisfrequenz  |
| $\omega_0, \omega_n$                                       | Eigenkreisfrequenz bzw. n-te Eigenkreisfrequenz  |
| $\rho$   | Dichte   |
| $\tilde{\lambda}$  | Lösungen der konjugiert-komplexen Eigenwerte   |
| $\vec{p}$  | Parametervektor  |
| $\tilde{I}_{yy,P}, \tilde{I}_{yy,B}, \tilde{I}_{yy,i}$     | resultierendes Flächenträgheitsmoment des Piezoelements bzw. des Balkens bzw. des i-ten Elements             |
| $A$  | Aktorwirkung   |
| $A, A_P, A_B, A_{id}$                                      | Querschnittsfläche bzw. Querschnittsfläche des Piezoelements bzw. des Balkens bzw. ideale Querschnittsfläche |
| $A(s)$   | Zähler des Filters (im Frequenzbereich)  |
| $a_1 \dots a_{na}$   | Zählerkoeffizienten 1 bis n  |
| $B(s)$   | Nenner des Filters (im Frequenzbereich)  |
| $B_1, B_2, B_3, B_4$                                       | Konstanten der allgemeinen Lösung  |
| $b_P, b_B$   | Breite des Piezoelements bzw. des Balkens  |



|                                 |   |
|---------------------------------|---|
| $B_{1,n} \dots B_{4,n}$         | Konstanten 1 bis 4 der n-ten allgemeinen Lösung                                   |
| $b_1 \dots b_{nb}$              | Nennerkoeffizienten 1 bis n   |
| $d_A$                           | Dämpfung des Aktors   |
| $d_{31}$                        | dielektrische Konstante   |
| $E_P, E_B, E_i$                 | E-Modul des Piezoelements bzw. des Balkens bzw. des i-ten Körpers                 |
| $EI_{ges}, EI_i$                | Gesamtbiegesteifigkeit bzw. Biegesteifigkeit des i-ten Elements                   |
| $f, f_{Bl}$                     | Kraft bzw. Blockierkraft  |
| $f_i, f_{di}, f_{di}$           | Kraft bzw. dynamischer Kraftanteil bzw. aktorischer Kraftanteil des i-ten Lagers  |
| $f_{1,ist}, f_{2,ist}$          | Istwert der ersten bzw. zweiten Eigenfrequenz                                     |
| $f_{1,soll}, f_{2,soll}$        | Sollwert der ersten bzw. zweiten Eigenfrequenz                                    |
| $f_1 \dots f_3$                 | erste bis dritte Eigenfrequenz  |
| $f_{A,ist}$                     | Istwert der Aktorkraft  |
| $f_{A,soll}$                    | Sollwert der Aktorkraft   |
| $G(s)$                          | Filterübertragungsfunktion (im Frequenzbereich)                                   |
| $g(\vec{p})$                    | Skalare Zielfunktion  |
| $h_P, h_B$                      | Höhe des Piezoelements bzw. des Balkens   |
| $k, k_F, k_A$                   | Steifigkeit bzw. Federsteifigkeit bzw. Aktorsteifigkeit                           |
| $l_P, l_B, l_{P1} \dots l_{Pi}$ | Länge des Piezoelements bzw. des Balkens bzw. des 1. bis i-ten Piezoelements      |
| $m, m_B, m_L, m_{ges}$          | Masse bzw. Masse des Balkens bzw. der Last bzw. Gesamtmasse                       |
| $M, M_{add}$                    | Moment bzw. Zusatzmoment  |
| $M_P, M_{P1} \dots M_{Pi}$      | piezoelektrisches Moment bzw. 1. bis i-tes piezoelektrisches Moment               |
| $n_B^{(P)}, n_P^{(P)}$          | Verhältnis des E-Moduls des Balkens bzw. des Piezos zum E-Modul des Piezoelements |
| $S$                             | Neutrale Faser des Komposits  |
| $S_P, S_B$                      | Neutrale Faser des Piezoelements bzw. des Balkens                                 |

|  |  |
|--|--|
| $s_{\text{stat,ist}}$  | Istwert des statischen Wegs  |
| $s_{\text{stat,soll}}$   | Sollwert des statischen Wegs   |
| $U_{\text{P}}, U_{\text{A}}$   | elektrische Spannung des Piezoelements bzw. des Aktors   |
| $v$  | Geschwindigkeit  |
| $w''(x), w'''(x), w''''(x)$  | höhere Ortsableitungen von $w(x)$  |
| $W(x), W', W'', W''', W''''$   | Eigenfunktion und höhere Ortsableitungen   |
| $w(x), w'(x)$  | Absenkung bzw. Krümmung in Abhängigkeit von der x-Koordinate   |
| $w_i$  | i-te Absenkung   |
| $w^{(\text{f})}(f, x), w^{(\text{M})}(f, x)$                                     | Absenkung des Balkens aufgrund einer Kraft ( $f$ ) bzw. eines Moments ( $M$ )                                |
| $x, y, z$  | x- bzw. y- bzw. z-Richtung   |
| $x_{\text{f}}, x_{\text{M}}$   | x-Position einer Kraft ( $f$ ) bzw. eines Moments ( $M$ )  |
| $z_{\text{S}}$   | Abstand von der Bezugsebene des Komposits zur Neutralen Faser des Verbunds                                   |
| $z_{\overline{\text{S0}}}, z_{\overline{\text{SP0}}}, z_{\overline{\text{SB0}}}$ | Abstand von der Bezugsebene des Komposits zur Neutralen Faser des Komposits bzw. des Piezos bzw. des Balkens |
| $Z_{1,\text{ist}} \dots Z_{n,\text{ist}}$  | erster bis n-ter Istwert der Zielgröße   |
| $Z_{1,\text{soll}} \dots Z_{n,\text{soll}}$                                      | erster bis n-ter Sollwert des der Zielgröße  |
| $\lambda, \lambda_n$   | Eigenwert, n-ter Eigenwert   |
| $I_{\text{yy,P}}, I_{\text{yy,B}}$   | Flächenträgheitsmoment des Piezoelements bzw. des Balkens  |

## Kapitel 7

|  |  |
|--|--|
| $\ddot{X}_0(s)$  | Fußpunktbeschleunigung (im Frequenzbereich)                                  |
| $\epsilon_0$   | elektrische Feldkonstante $\epsilon_0 = 8,8542... \cdot 10^{-12}$            |
| $\epsilon_{33}^{\text{T}}$   | Dielektrizitätskonstante   |
| $\epsilon_{\text{P}}(x), \epsilon_{\text{P1}}(x), \epsilon_{\text{P2}}(x)$ | Dehnung des Piezoelements bzw. Dehnung des ersten bzw. zweiten Piezoelements |
| $\gamma_{\text{XY}}$   | Kohärenz der Ausgangssignale   |
| $\omega_0$   | Eigenkreisfrequenz   |
| $\tau$   | Zeitkonstante  |

|  |  |
|--|--|
| $\vec{p}$                              | Parametervektor  |
| $\xi$                                  | Dämpfungsgrad  |
| $a_0$                                  | Basisbeschleunigung  |
| $b_P, b_B$                             | Breite des Piezoelements bzw. des Balkens  |
| $C, C_P$                               | Kapazität bzw. Kapazität des Piezoelements   |
| $E_0(s)$                               | Spannungsausgang (im Frequenzbereich)  |
| $E_P, E_B, E_i$                        | E-Modul des Piezoelements bzw. des Balkens bzw. des i-ten Körpers                          |
| $f$                                    | Kraft  |
| $f_0$                                  | Eigenfrequenz des Sensors  |
| $f_1, f_2$                             | erste bzw. zweite Eckfrequenz  |
| $f_{1,\text{ist}}, f_{2,\text{ist}}$   | Istwert der ersten bzw. zweiten Eckfrequenz  |
| $f_{1,\text{soll}}, f_{2,\text{soll}}$ | Sollwert der ersten bzw. zweiten Eckfrequenz   |
| $g$                                    | Erdbeschleunigung  |
| $G_X, G_Y, G_{XY}$                     | Autoleistungsdichtespektrum des Sensors 1 bzw. Sensors 2 bzw. Kreuzleistungsdichtespektrum |
| $g(\vec{p})$                           | Skalare Zielfunktion   |
| $H_1(\omega), H_2(\omega)$             | Übertragungsfunktionen von Sensor 1 bzw. Sensor 2 (im Frequenzbereich)                     |
| $h_P, h_B$                             | Höhe des Piezoelements bzw. des Balkens  |
| $k, k_S, k_B$                          | Steifigkeit bzw. Sensorsteifigkeit bzw. Balkensteifigkeit                                  |
| $K_q$                                  | Ladungsausgang pro Einheitsverschiebung  |
| $l_P$                                  | Pendellänge  |
| $l_P, l_B, l_{P1} \dots l_{Pi}$        | Länge des Piezoelements bzw. des Balkens bzw. des 1. bis i-ten Piezoelements               |
| $m, m_S, m_0$                          | Masse bzw. Sensormasse bzw. Basismasse   |
| $N, M$                                 | Rauschsignal des Sensors 1 bzw. Sensors 2 (im Frequenzbereich)                             |
| $n_d$                                  | Mittelungsanzahl   |
| $Q$                                    | Gesamtladung   |

|                             |   |
|-----------------------------|---|
| $R$                         | Widerstand  |
| $S_S, S_E, S_M$             | Empfindlichkeit des Sensors bzw. elektrische bzw. mechanische Empfindlichkeit                                 |
| $S_{S,ist}$                 | Istwert Sensorempfindlichkeit   |
| $S_{S,soll}$                | Sollwert Sensorempfindlichkeit  |
| $T$                         | Periodendauer   |
| $U, U_S, U_{acc}$           | elektrische Spannung bzw. elektrische Spannung des sensorischen Piezoelements bzw. des Beschleunigungssensors |
| $w''(x), w'''(x), w''''(x)$ | höhere Ortsableitungen von $w(x)$   |
| $w(x), w'(x)$               | Absenkung bzw. Krümmung in Abhängigkeit von der x-Koordinate  |
| $X, Y$                      | Ausgangssignal des Sensors 1 bzw. Sensors 2 (im Frequenzbereich)  |
| $x, y, z$                   | x- bzw. y- bzw. z-Richtung  |
| $x_{1,P}, x_{2,P}$          | erste bzw. zweite x-Koordinate des Piezoelements  |
| $z_S$                       | Abstand von der Bezugsebene des Komposits zur Neutralen Faser des Verbunds                                    |

## Kapitel 8

|                             |   |
|-----------------------------|---|
| $\dot{x}, \ddot{x}$         | Geschwindigkeit bzw. Beschleunigung                                 |
| $\underline{T}^{(f)+}$      | Moore-Penrose-Pseudoinverse der Krafttransformationsmatrix          |
| $\underline{T}^{(v)+}$      | Moore-Penrose-Pseudoinverse der geometrischen Transformationsmatrix |
| $\underline{T}^{(f)}_{red}$ | reduzierte Krafttransformationsmatrix                               |
| $\underline{T}^{(v)}_{red}$ | reduzierte geometrische Transformationsmatrix                       |
| $A$                         | Aktorwirkung  |
| $a_1, a_2$                  | Beschleunigung von Punkt 1 bzw. Punkt 2                             |
| $d$                         | Dämpfungskonstante  |
| $f, f_A, f_d, f_k$          | Kraft bzw. Aktorkraft bzw. Dämpfungskraft bzw. Steifigkeitskraft    |
| $F_A$                       | Aktorkraft (im Frequenzbereich)                                     |

|  |   |
|--|---|
| $g_a, g_v, g_x$                            | Verstärkungsfaktoren der Absolutrückführung der Beschleunigung bzw. der Geschwindigkeit bzw. des Wegs |
| $g_{dx}, g_f$                              | Verstärkungsfaktoren der integralen Kraftrückführung  |
| $k$  | Federsteifigkeit  |
| $m$  | Masse   |
| $u_{A,P1} \dots u_{A,Pn}$                  | Aktorsignal am Punkt 1 bis Punkt n  |
| $u_{A,S1} \dots u_{A,S6}$                  | Aktorsignal 1 bis 6 bezogen auf den Schwerpunkt   |
| $u_{S,P1} \dots u_{S,Pn}$                  | Sensorsignal am Punkt 1 bis Punkt n   |
| $u_{S,S1} \dots u_{S,S6}$                  | Sensorsignal 1 bis 6 bezogen auf den Schwerpunkt  |
| $v_1, v_2$                                 | Geschwindigkeit von Punkt 1 bzw. Punkt 2  |
| $X_1, X_2$                                 | Weg von Punkt 1 bzw. Punkt 2 (im Frequenzbereich)   |
| $x_1, x_2$                                 | Weg von Punkt 1 bzw. Punkt 2  |
| <b>Kapitel 9</b>                           |   |
| $\varphi_{xx}, \varphi_{yy}, \varphi_{zz}$ | Drehachse um x bzw. y bzw. z  |
| $\vec{f}_{Er}$                             | Erregungskraft  |
| $\vec{f}_{P1,n} \dots \vec{f}_{P4,n}$      | Kraft am Punkt 1 bis Punkt 4 von Körper n   |
| $\vec{U}_{A1} \dots \vec{U}_{A4}$          | elektrische Spannung an Aktor 1 bis Aktor 4   |
| $\vec{v}_{P1,n} \dots \vec{v}_{P5,n}$      | Geschwindigkeit von Punkt 1 bis Punkt 5 von Körper n  |
| $A$  | Aktorwirkung  |
| $x, y, z$                                  | x- bzw. y- bzw. z-Achse   |
| $P_1 \dots P_5$                            | Kopplungspunkt 1 bis Kopplungspunkt 5   |



# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation

Die moderne Entwicklung von technischen Produkten ist geprägt von einer Zunahme der Leichtbauweise und den Zielen einer stetig steigenden Produktivität sowie Analyse- oder Fertigungspräzision. Dabei rückt die Problematik von Schwingungen, die die Funktionalität einer Maschine beeinträchtigen oder diese im schlimmsten Fall auch beschädigen können, zunehmend in den Mittelpunkt von Entwicklungsaufgaben. Besonders hohe Anforderungen an eine schwingungsarme Umgebung stellen Analysemethoden im Nano- und Subnanometerbereich, wie z.B. bei der Verwendung von Rasterelektronen (REM)- oder Transmissionselektronenmikroskopen (TEM), und auch Fertigungstechnologien, wie sie z.B. in der Halbleiterindustrie eingesetzt werden. Schwingungen, welche von außen in das System eingeleitet werden, bilden zunehmend eine Grenze für die stetig steigende Bedeutung, Verbreitung und Weiterentwicklung dieser Technologien. Bei der Analyse von Strukturen in der Größenordnung von einem Nanometer bzw. der Fertigung im Bereich von unter 100 nm, wie sie dem Stand der Technik entsprechen, reichen herkömmliche, passive Methoden zur Schwingungsreduktion nicht aus. Wichtige Punkte für den Einsatz derartig empfindlicher Geräte sind daher die Berücksichtigung eines schwingungsfreien Umfelds, d.h. die Auswahl eines geeigneten Stellorts für das Labor- bzw. Fertigungsgebäude, und aufwendige bauliche Maßnahmen, wie z.B. eine tiefe Gründung des Fundaments (Heiland und Mistler (2009)).

Darüber hinaus werden aktive Systeme zur Schwingungsisolation eingesetzt, welche die Übertragung von Schwingungen von der Umgebung auf ein empfindliches Gerät reduzieren. Dabei werden passive Methoden durch die Integration von Aktoren erweitert, welche zusätzliche Kräfte zur Schwingungsreduktion einleiten. Zu ihrem Betrieb benötigen derartige mechatronische Systeme zusätzlich Sensoren, ein Regelungssystem und Komponenten zur Leistungsversorgung. Somit nehmen die Anzahl an Einzelkomponenten und die geometrischen Abmaße des Schwingungsisolationssystems zu. Demgegenüber ist der Aufbau flacherer und kostengünstigerer Systeme das Hauptziel der Entwickler, basierend auf den Anforderungen der Anwender. Durch eine Abhängigkeit von einer bestimmten Lieferkette der Einzelkomponenten sind in der Vergangenheit zudem Fertigungsengpässe aufgetreten.

Während bei mechatronischen Systemen die Mechanik, die Aktoren und die Sensoren getrennt voneinander ausgeführt werden, bietet der junge Technologiezweig der Adaptronik die Möglichkeit, alle Komponenten in einer funktionsintegrierten Struktur zu vereinen. Dies wird durch den Einsatz multifunktionaler Materialien, wie piezoelektrische Werkstoffe, ermöglicht. Durch die Möglichkeit der Umwandlung von mechanischer in elektrische bzw. elektrischer in mechanische Energie können solche Materialien gleichzeitig mechanische, aktorische und sensorische Aufgaben übernehmen. Abbildung 1.1 zeigt schematisch den Vergleich zwischen einem mechatronischen und einem adaptronischen System. Durch

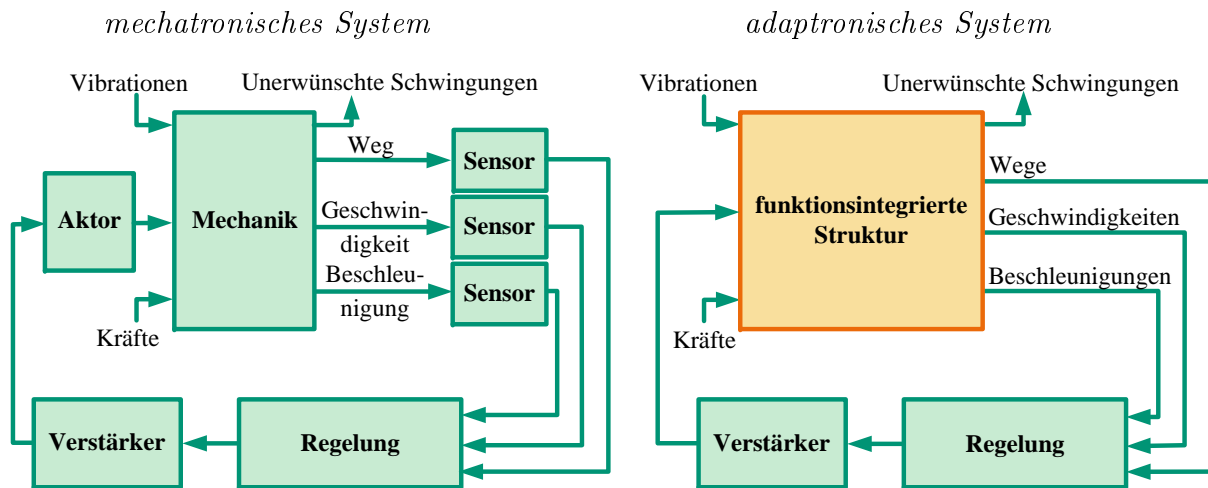


Abbildung 1.1: Schematischer Vergleich zwischen einem mechatronischen und einem adaptronischen System

die funktionale Integration mehrerer Komponenten wird eine Reduktion der Komplexität ermöglicht, was Vorteile bezüglich der Kompaktheit von Isolationssystemen, besonders im Bezug auf eine geringere Bauhöhe, mit sich bringt. Die geringere Anzahl an Einzelkomponenten vereinfacht zudem den Herstellungsprozess des aktiven System. Dem gegenüber steht ein erhöhter Auslegungsaufwand, da mechanische, aktorische und sensorische Eigenschaften nicht unabhängig voneinander ausgelegt werden können, sondern sich wechselseitig beeinflussen.

Die Anforderungen der Anwender und die Möglichkeiten, welche sich aus der funktionalen Integration ergeben, bilden die Motivation dieser Arbeit zur Beschreibung einer methodischen Entwicklung für ein adaptronisches Gesamtsystem.

## 1.2 Zielsetzung

Die aus der Motivation abgeleitete Zielsetzung dieser Arbeit ist die Beschreibung der Entwicklung funktionsintegrierter Strukturen unter Verwendung eines methodischen Vorgehens. Als Anwendung wird das Entwicklungsvorgehen zum Aufbau eines adaptronischen Gesamtsystems zur aktiven Isolation empfindlicher Geräte unter Einsatz piezoelektrischer Werkstoffe vorgestellt.

Für Systeme zur aktiven Schwingungsisolierung existiert ein spezielles Anforderungsprofil:

- Die auftretenden Beschleunigungsamplituden sind mit max.  $0,3 \text{ m/s}^2$  äußerst gering, weshalb die verwendeten Sensoren eine hohe Empfindlichkeit und ein entsprechend geringes Rauschniveau besitzen müssen.
- Das System muss in einem Frequenzbereich von ca. 1 Hz bis 100 Hz Schwingungen isolieren. Besonders die untere Wirkfrequenz bedingt im Vergleich zu anderen Isolationsaufgaben eine relativ hohe Nachgiebigkeit der Lagerelemente und stellt somit spezielle Anforderungen an die aktorische Auslegung des funktionsintegrierten Strukturelements.



- Die zu einer breitbandigen Isolation notwendigen Aktorkräfte sind mit max. 3 N relativ gering, da derartige Isolationssysteme in einer äußerst schwingungsarmen Umgebung eingesetzt werden.

Im Rahmen der Zielsetzung dieser Arbeit und des Anforderungsprofils bietet der Einsatz piezoelektrischer Bimorphstrukturen als Aktoren und als Sensoren Vorteile gegenüber anderen Konzepten. Durch die Ausnutzung ihrer in einem breiten Bereich einstellbaren geringen Biegesteifigkeit ermöglichen sie den Aufbau von Lagerelementen mit einer geringen unteren Isolationsfrequenz. Zudem werden Sensoren, die auf dem piezoelektrischen Biegeeffekt beruhen, für Anwendungen eingesetzt, bei denen eine hohe Empfindlichkeit benötigt wird.

In dieser Arbeit wird somit ein methodisches Auslegungskonzept für aktive Isolationssysteme auf Basis von piezoelektrischen Bimorphen für sensorische und aktorische Funktionen vorgestellt und ihr prinzipieller Wirknachweis gegeben.

## 1.3 Aufbau der Arbeit

Zum besseren Verständnis der folgenden Kapitel werden zunächst in Kapitel 2 Grundlagen zur Schwingungsisolierung und zum verwendeten Simulationsansatz gegeben.

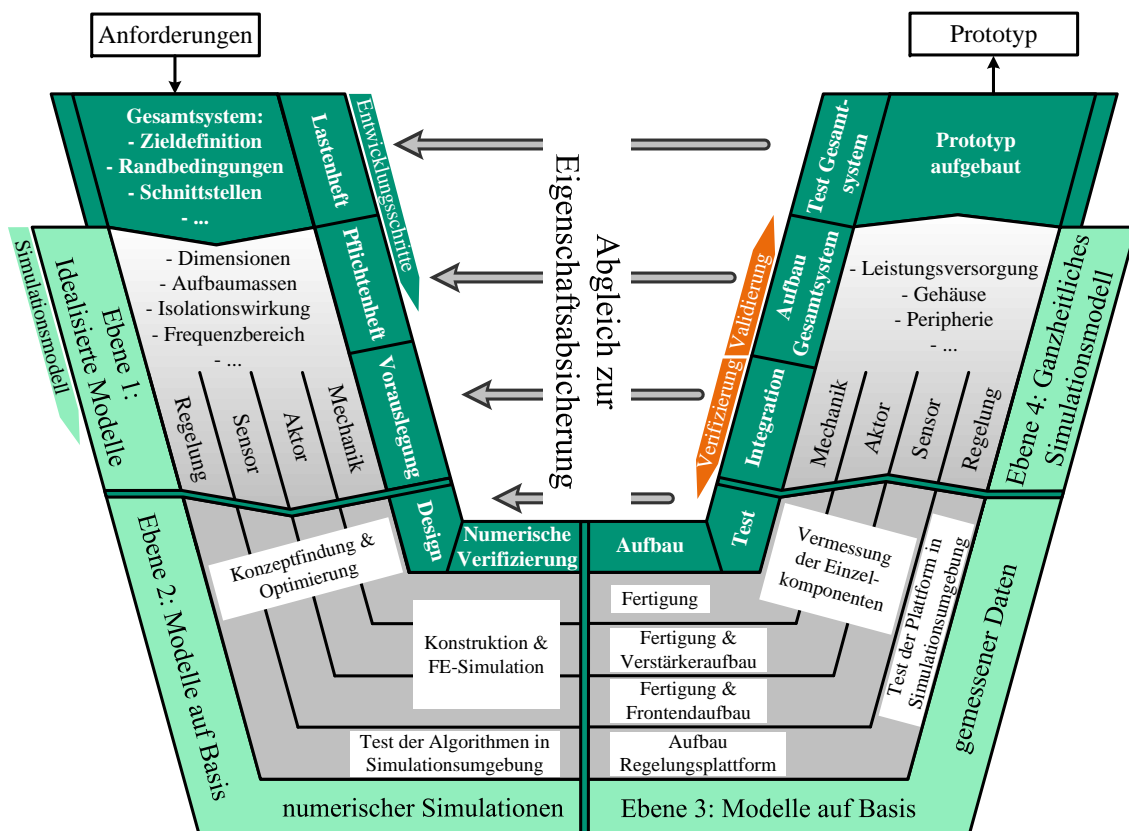


Abbildung 1.2: Ausführliches V-Modell zur Entwicklung einer aktiven Isolationsplattform

Kapitel 3 beschreibt den Stand von Wissenschaft und Technik in Hinblick auf Isolationsplattformen für empfindliche Geräte. Darin wird der Hintergrund bezüglich Spezifikationen zum Betrieb empfindlicher Geräte dargestellt. Nach einem Überblick über

Maßnahmen zur aktiven Schwingungsreduktion werden detaillierte Untersuchungen zur Lagerung empfindlicher Strukturen vorgestellt. Die beiden darauf folgenden Abschnitte fassen den Stand der Technik bezüglich Aktoren und Sensoren zur Lagerung empfindlicher Geräte mit Fokus auf piezoelektrische Bimorphe zusammen. Basierend auf dem Stand von Wissenschaft und Technik wird abschließend der wissenschaftliche Mehrwert der vorliegenden Arbeit in einem Fazit zusammengefasst.

In Kapitel 4 werden das Schema und die einzelnen Komponenten einer aktiven Isolationsplattform vorgestellt. Danach wird in Abschnitt 4.2 eine Beschreibung des V-Modells zur Entwicklung mechatronischer Systeme gemäß VDI-Richtlinie 2206 (Verein Deutscher Ingenieure (VDI) (2004)) gegeben. Darauf aufbauend bildet die in Abbildung 1.2 schematisierte Darstellung eines ausführlichen V-Modells den Rahmen für die Hauptkapitel dieser Arbeit (Kapitel 5 bis 9). In Abschnitt 4.3 werden die Detaillierungsebenen des Simulationsmodells beschrieben, welche die Entwicklungsschritte der mechanischen Komponenten, des Aktors, des Sensors und der Regelung unterstützen. Das Simulationsmodell wird dabei so aufgebaut, dass einzelne Komponenten, entsprechend der Modellierungsebenen und Entwicklungsphasen, austauschbar sind. Somit kann das Modell im gesamten Prozess der Systementwicklung verwendet werden.

Im Zentrum der Komponentenentwicklung, wie sie in den Kapiteln 5 bis 8 behandelt wird, stehen die Entwicklungsschritte der aktorischen und sensorischen Komponenten der Isolationsplattform. Die Darstellung der Mechanik beschränkt sich auf die Umsetzung der Simulationsmethodik. Bezüglich der Regelung werden gängige Strategien zur Regelung von Isolationssystemen aufgegriffen.

In Kapitel 5 wird die Integration der Aufbaustruktur in die Systemsimulation beschrieben. Entsprechend der Detaillierungsebene werden Methoden zur Modellierung des Aufbaus als Starrkörper oder als elastische Struktur angegeben. Als Beispiel werden Simulations- und Messergebnisse eines einfachen passiven Isolationssystems miteinander verglichen.

In Kapitel 6 werden die Entwicklungsschritte eines piezoelektrischen Bimorphaktors erarbeitet. Aufbauend auf den Vorgaben aus dem Lastenheft wird die Geometrie des Aktors analytisch optimiert. Ergebnisse einer numerischen Simulation auf Basis eines konstruktiven Entwurfs dienen sowohl zur Validierung der analytischen Ergebnisse als auch zur Erzeugung eines detaillierteren Simulationsmodells des Aktors. Für den anschließenden Aufbau werden konstruktive Umsetzungsmöglichkeiten vorgestellt. Abschließend wird die Charakterisierung des Aktors durch experimentelle Untersuchungen erläutert. Die Entwicklungsschritte werden anhand des Beispiels eines Wegaktors exemplarisch durchgeführt.

Einen ähnlichen Aufbau besitzt Kapitel 7, welches die Entwicklung eines sensorischen Bimorphs beschreibt. Im Vergleich zur Lagerung und zum Aufbau besitzt der Sensor eine relativ hohe erste Resonanzfrequenz und wird deshalb als ideal angenommen. Daher wird das dynamische Verhalten des Beschleunigungssensors in der Simulationsumgebung nicht abgebildet. Als Beispiel dient die Entwicklung eines Beschleunigungssensors mit hoher Empfindlichkeit.

Die in Kapitel 8 aufgeführten Regelungsstrategien beschränken sich auf eine Erläuterung der zur Isolation gängig eingesetzten Signalführungen. Beispielhaft wird auf mögliche Schwierigkeiten eingegangen, welche bei einem geschlossenen Regelkreis auftreten können.

In Kapitel 9 wird die Anwendung der Entwicklungsmethodik von der Benennung der Anforderungen bis hin zum Aufbau eines Prototyps einer Isolationsplattform mit 3 aktiven Freiheitsgraden und auf piezoelektrischer Bimorphbasis beschrieben. Dabei soll die prinzipielle Funktionalität piezoelektrischer Bimorphe zur aktiven Schwingungsreduktion nachgewiesen werden. Zudem wird ein Ausblick auf die Entwicklung einer Isolationsplattform zur aktiven Regelung aller 6 Freiheitsgrade gegeben.

Abschließend wird ein Ausblick über weitere Arbeiten in Hinblick auf eine Erweiterung sowohl der Entwicklungsmethodik als auch der aktuellen Isolationsplattformen gegeben. Außerdem werden alternative Konstruktionsmöglichkeiten zum Aufbau einer mehraxialen Isolationsplattform und weitere potentielle Anwendungsgebiete der Entwicklungsmethodik für piezoelektrische Bimorphsysteme aufgezeigt.



## 2 Grundlagen

Dieses Kapitel gibt allgemeine Grundlagen, die für das Verständnis der folgenden Kapitel notwendig sind. Es werden die Unterschiede zwischen passiver und aktiver Isolation erläutert. Dabei wird die Transmission als Möglichkeit zur Beurteilung der Isolationswirkung beschrieben. Außerdem werden der Begriff der Blockierkraft und das Prinzip der Impedanz-Admittanz-Modellierung von Isolationsmaßnahmen vorgestellt.

### 2.1 Transmission

Unter der Transmission  $T$  werden Übertragungsfunktionen verstanden, bei denen gleiche dynamische Größen zweier Punkte  $P_1$  und  $P_2$ , also Wege  $X_n(s)$ , Geschwindigkeiten  $\dot{X}_n(s)$  oder Beschleunigungen  $\ddot{X}_n(s)$ , in Bezug zueinander gesetzt werden. Da sich dadurch der frequenzabhängige Teil der Übertragungsfunktion herauskürzen lässt, gilt für die Transmission  $T_{X_1}^{X_2}(s)$  von  $P_1$  zu  $P_2$

$$T_{X_1}^{X_2}(s) = \frac{X_2(s)}{X_1(s)} = \frac{X_2(s) \cdot s}{X_1(s) \cdot s} = \frac{X_2(j\omega) \cdot s^2}{X_1(s) \cdot s^2} = \frac{\dot{X}_2(s)}{\dot{X}_1(s)} = \frac{\ddot{X}_2(s)}{\ddot{X}_1(s)}. \quad (2.1)$$

Als Transmission kann somit die frequenzabhängige Schwingungsübertragung von Punkt  $P_1$  zu Punkt  $P_2$  verstanden werden. In der Regel wird die Transmission in der logarithmischen Umrechnung „Dezibel“ (dB) angegeben.

### 2.2 Isolation

In dieser Arbeit wird der Begriff Isolation für einen Zustand im Frequenzbereich verwendet, bei dem ein Punkt  $P_2$  auf einer beliebigen Systemkomponente geringere Schwingungsamplituden bei einer bestimmten Frequenz oder in einem bestimmten Frequenzband aufweist als ein anderer Punkt  $P_1$ . In diesem Falle ist  $P_2$  für diese Frequenz gegenüber  $P_1$  isoliert. Somit ist die Isolation frequenzabhängig und als Bedingung gilt

$$X_2(s) < X_1(s) \text{ bzw.} \quad (2.2)$$

$$\dot{X}_2(s) < \dot{X}_1(s) \text{ bzw.} \quad (2.3)$$

$$\ddot{X}_2(s) < \ddot{X}_1(s) \quad (2.4)$$

oder kurz

$$T_{X_1}^{X_2}(s) < 0 \text{ dB} \quad (2.5)$$

für bestimmte Werte für  $\omega$ .

### 2.2.1 Passive Isolation

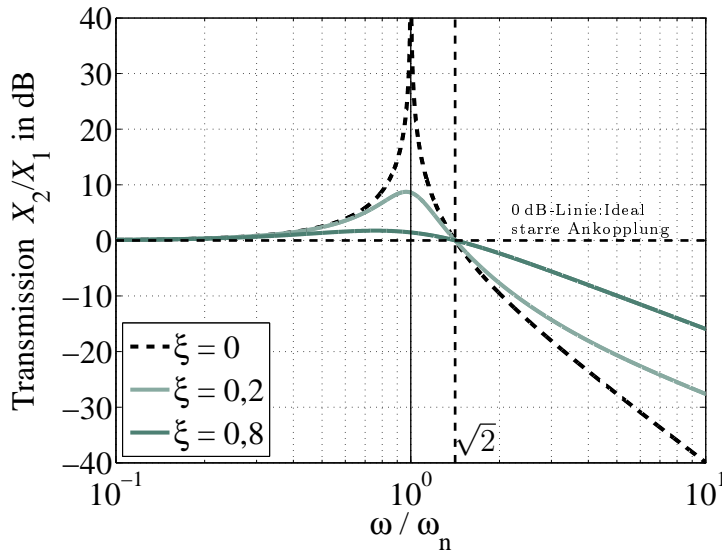
Als passive Maßnahme werden in der Regel schwingungsreduzierende Systeme bezeichnet, die ohne Zusatzenergie, also ohne aktorische Komponenten, eine Schwingungsminderung bewirken. Im Fall der passiven Isolation werden eine Steifigkeit und eine Dämpfung als unterschiedliche Elemente oder als ein kombiniertes Element in den Schwingungsübertragungspfad des Systems integriert. Durch die eingebrachte Steifigkeit ist eine gezielte Beeinflussung der Lage der Starrkörpereigenfrequenz  $\omega_n$  entsprechend

$$\omega_n = 2 \cdot \pi f = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.6)$$

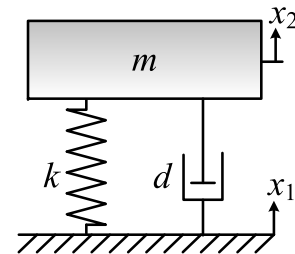
möglich. Unabhängig von der Dämpfungskonstante  $d$  stellt sich oberhalb der Isolationsfrequenz  $\omega_{iso} = \sqrt{2} \cdot \omega_n$  eine Schwingungs isolation ein. Mechanisch idealisiert kann ein solches Isolationssystem als Einmassenschwinger betrachtet werden, wie er in Abbildung 2.1 (b) dargestellt ist. Wie Preumont (2002) beschreibt, ist über seine Bewegungsgleichung die Transmission entsprechend

$$T_{X_1}^{X_2}(s = j\omega) = \frac{X_2(s)}{X_1(s)} = \frac{1 + 2\xi s/\omega_n}{1 + 2\xi s/\omega_n + s^2/\omega_n^2} \quad (2.7)$$

gegeben. Der Dämpfungsgrad  $\xi$  ist durch  $\xi = d/(2\omega_n m)$  bestimmt.



(a) Transmission



(b) Mechanisches Modell

Abbildung 2.1: Wirkweise der passiven Schwingungs isolation

In Abbildung 2.1 (a) ist der Amplitudenverlauf von Gleichung 2.7 für unterschiedliche Werte von  $\xi$  graphisch dargestellt. Bei  $\xi = 0$ , also im rein theoretischen, dämpfungs-freien Fall, geht die Amplitude in der Resonanz gegen unendlich. Dann tritt oberhalb der Systemresonanz eine Isolationszunahme von 40 dB/Dekade ein. Über eine Erhöhung der Dämpfungskonstante kann die Resonanzamplitude entsprechend vermindert werden. Dabei reduziert sich jedoch die Isolationswirkung im höheren Frequenzbereich. Die geeignete Dämpfung muss somit auf den jeweiligen Anwendungsfall angepasst werden. Diese

Abwägung ist ein Nachteil von passiven Isolationssystemen. Sie ist für viele praktische Anwendungen aber ausreichend.

### 2.2.2 Aktive Isolation

Zusätzliche Möglichkeiten zur Schwingungsisolation werden durch die Integration von Aktoren und Sensoren geschaffen. Wird ein Aktor in ein Lager integriert, um dessen passive mechanische Parameter zu beeinflussen, liegt ein System zur aktiven Isolation vor. Das allgemeine mechanische Modell der aktiven Isolation zeigt Abbildung 2.2 (b).

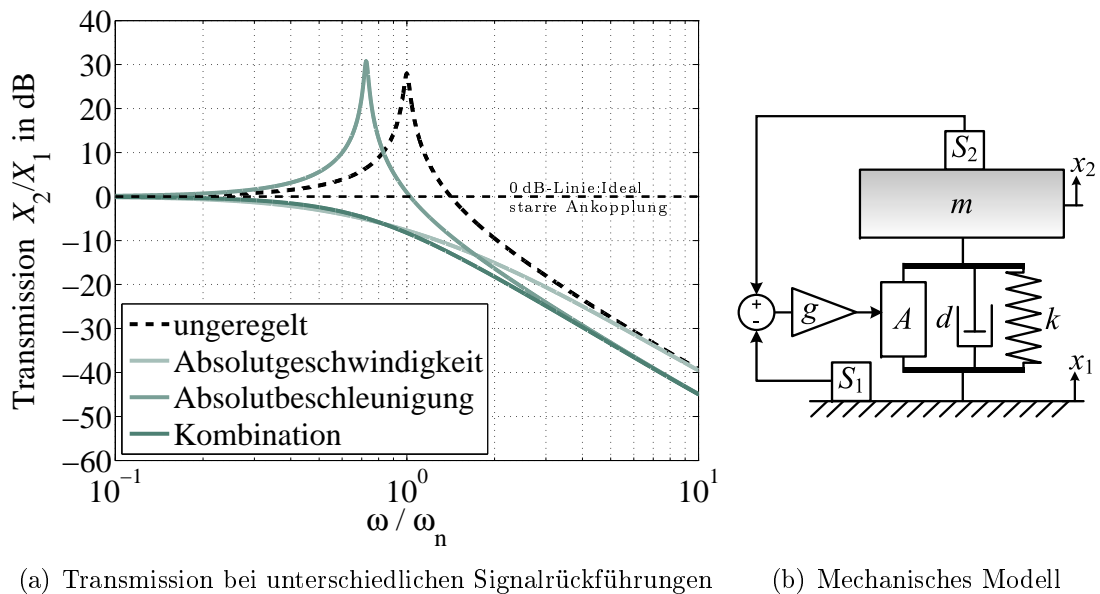


Abbildung 2.2: Wirkweise der aktiven Schwingungsisolation

Eine ausführliche Beschreibung der vielfältigen Regelungsstrategien zur aktiven Isolation wird in Kapitel 8.1 gegeben. Die Sensoren  $S_1$  und  $S_2$  können dabei den Weg, die Geschwindigkeit oder die Beschleunigung erfassen. Da die Signale über einen Verstärkungsfaktor  $g$  auf den Aktor zurückgeführt werden, spricht man bei einer solchen Regelung von einer Signlrückführung. Wird kein Sensor auf der Basis verwendet, gilt also  $S_1 = 0$ , handelt es sich um eine Absolutsignlrückführung. Wird beispielsweise die Absolutgeschwindigkeit, die Absolutbeschleunigung oder eine Kombination aus beiden zurückgeführt, können die in Abbildung 2.2 (a) dargestellten Isolationsverläufe erreicht werden. Entsprechend der rückgeführten dynamischen Größe werden unter anderem Effekte analog zu einer Dämpfungsbeeinflussung oder zu einer Massenveränderung erzielt. Während über eine Absolutgeschwindigkeitsrückführung somit die Resonanzamplitude verringert werden kann, beeinflusst eine Absolutbeschleunigungsrückführung die breitbandige Isolation im höheren Frequenzbereich.

## 2.3 Blockierkraft

Die Blockierkraft ist die Kraft eines Aktors, die er im Betrieb gegen eine unendlich steife Einspannung aufbringt. Der Aktor selbst längt oder verkürzt sich demnach nicht, sondern

setzt die elektrische Leistung vollständig in eine Kraftgeneration um. Es gilt also

$$\Delta x_A = x_{A2} - x_{A1} = 0 \quad (2.8)$$

Der exemplarische Blockierkraftverlauf für einen idealen und einen elastischen Aktor ist in Abbildung 6.3 angegeben.

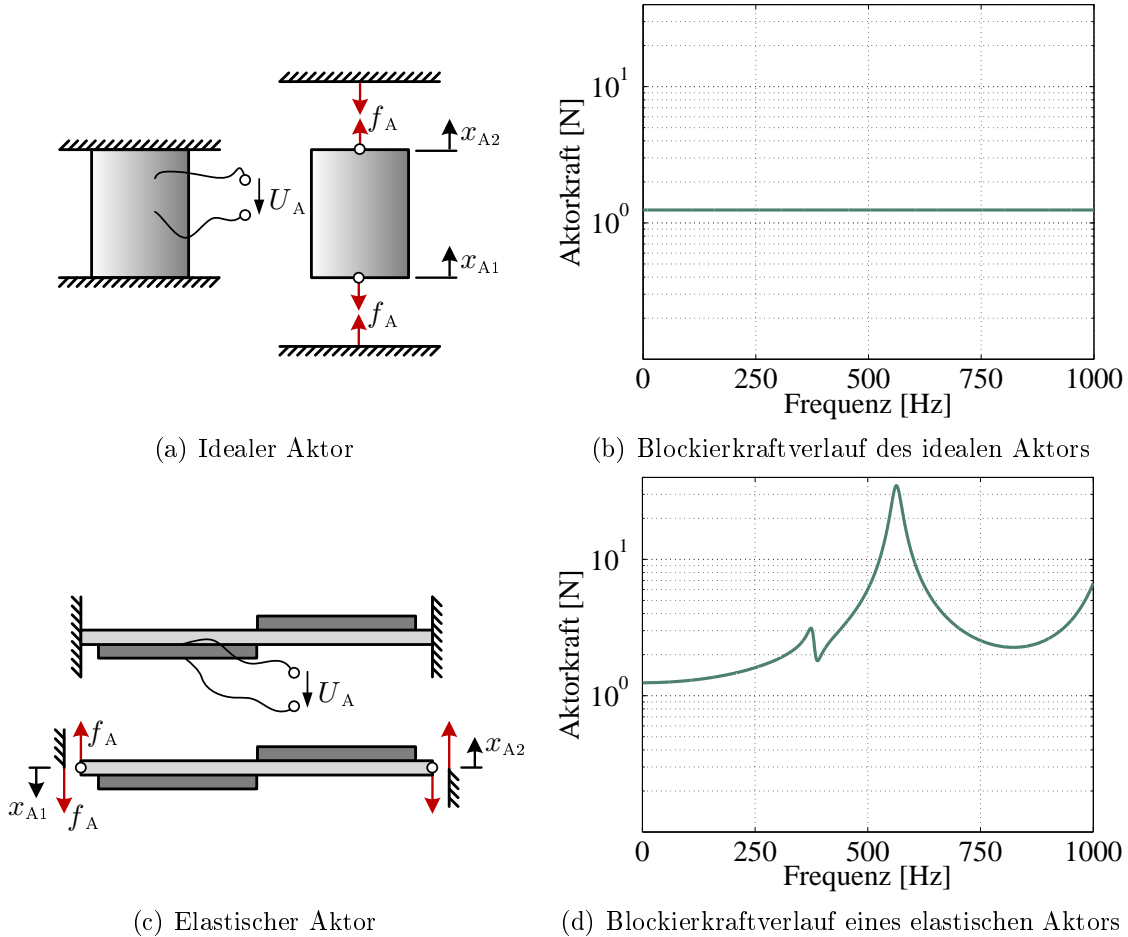


Abbildung 2.3: Blockierkraftverläufe

Während ein idealer Aktor eine konstante Blockierkraft über den gesamten Frequenzbereich aufweist, besitzt der Verlauf eines realen, elastischen Aktors Amplitudenüberhöhungen in seinen Resonanzfrequenzen. Im unteren Frequenzbereich ab 0 Hz entspricht der Amplitudenverlauf näherungsweise dem des idealen Aktors.

## 2.4 Impedanz-Admittanz-Modellierung von Isolationsmaßnahmen

Wie unter anderem Preumont (2002) beschreibt, können schwingungsisolierende Ansätze durch zwei Körper, welche über ein isolierendes Element oder allgemein ein Koppellement verbunden sind, allgemein gemäß Abbildung 2.4 dargestellt werden.



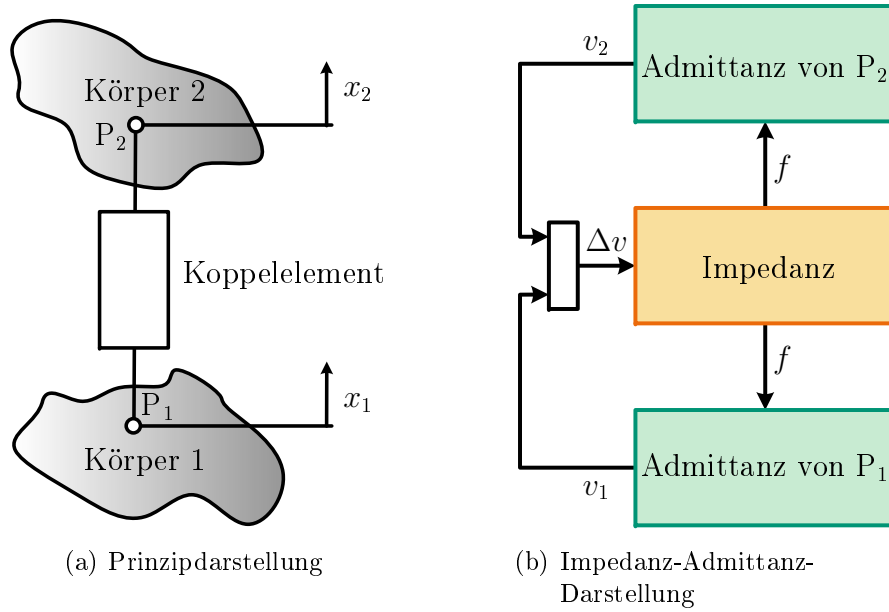


Abbildung 2.4: Prinzip der Schwingungsisolation

Die Anregung wirkt auf Körper 1 als eine interne oder externe Kraft oder als eine Verschiebung. Die Kräfte, die auf Körper 2 wirken, werden ausschließlich durch das isolierende Element verursacht.

Die Transmission eines aktiv isolierenden Systems ist bereits in Gleichung 2.1 gegeben. Zur allgemeinen Modellierung des Systems besitzt die Unterscheidung in Impedanzen und Admittanzen für Koppellemente bzw. für Körper Vorteile. Entsprechend Hagedorn (2008) ergibt sich für Körper die Eingangsadmittanz  $Z_n(j\omega)$  am Kopplungspunkt  $P_n$  als Relation zwischen der komplexen Kraft  $F_n(j\omega)$ , welche durch das Koppellement verursacht wird, und der Geschwindigkeit  $X_n(j\omega) \cdot j\omega$  am Kopplungspunkt zu

$$Z_n(j\omega) = \frac{X_n(j\omega) \cdot j\omega}{F_n(j\omega)} . \quad (2.9)$$

Analog lässt sich die Impedanz  $Y(j\omega)$  des Koppellements über die Differenzgeschwindigkeit  $\Delta X(j\omega) \cdot j\omega$  der Kopplungspunkte beider Körper zu

$$Y(j\omega) = \frac{F(j\omega)}{\Delta X(j\omega) \cdot j\omega} \quad (2.10)$$

berechnen. Zur Modellierung aktiver Systeme werden diese Zusammenhänge unter anderem von Herold et al. (2006) verwendet. Im Sonderfall einer Punktmasse ergibt sich die Eingangsadmittanz zu

$$Z_n(j\omega) = \frac{X_n(j\omega) \cdot j\omega}{F_n(j\omega)} = \frac{1}{j\omega \cdot m} \quad (2.11)$$

und ist somit ausschließlich von der gekoppelten Masse abhängig. Im Sonderfall eines Feder-Dämpfer-Koppellements mit der Steifigkeit  $k$  und der Dämpfung  $d$  ergibt sich die Impedanz zu

$$Y(j\omega) = \frac{F(j\omega)}{\Delta X(j\omega) \cdot j\omega} = \frac{j\omega \cdot d + k}{j\omega} . \quad (2.12)$$

Durch die Impedanz-Admittanz-Formulierung existieren generalisierte Schnittstellen zwischen mechanischen, elektrischen und hydraulischen Komponenten, wie z. B. Gardonio und Brennan (2002) beschreibt. Zudem wird dadurch eine eindeutige Trennung und somit ein einfacher Austausch der einzelnen Komponenten eines Simulationsmodells ermöglicht. Als Körper können dabei entweder Punktmassen oder aber auch komplexe, elastische Substrukturen integriert werden. Als Koppелеlemente finden passive Feder-Dämpfer-Elemente aber auch aktive Lager z. B. mit elektro-mechanischen oder hydraulischen Eigenschaften Verwendung.

## 3 Stand der Wissenschaft und Technik

### 3.1 Schwingungsspezifikationen zum Betrieb empfindlicher Geräte

Analyse- und Produktionstechnologien zur Untersuchung bzw. Herstellung von Mikro- und Nanostrukturen, wie z. B. im Bereich der Rasterelektronen- und Transmissionselektronenmikroskopie oder der Herstellung von Wafern, stellen erhöhte Anforderungen an die Einsatzumgebung. Wie Gordon (1999) beschreibt, existieren daher seit den 1980ern Geschwindigkeitsrichtwerte für derartige Anwendungen - die „Vibration Criteria“ (VC). Sie entsprechen einer Schwingungsspezifikation, welche einen Rückschluss von der Umgebungsschwingung auf die Mess- bzw. Fertigungsgenauigkeit ermöglicht. Ursprünglich entsprachen die VC-Kurven einer konstanten Geschwindigkeit zwischen 8 Hz und 100 Hz. Später wurden sie zu tieferen Frequenzen hin entsprechend einer konstanten Beschleunigung erweitert.

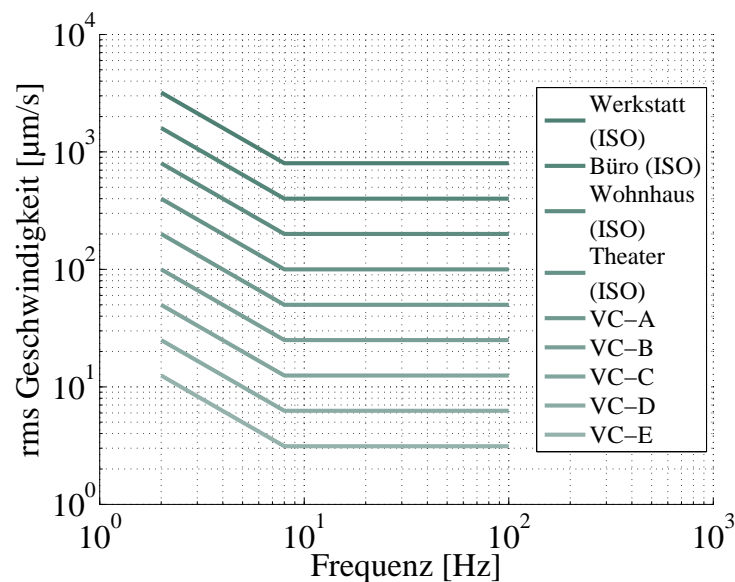


Abbildung 3.1: Schwingungskriterium für empfindliche Geräte

Abbildung 3.1 zeigt die Verläufe der VC- und vier ISO-Kurven. Während die ISO-Kurven Schwingungen in konkreten Umgebungen, wie z. B. Werkstätten, Büros oder Wohnhäusern beschreiben, geben die VC-Kurven Rückschlüsse auf eine mögliche Prozessgenauigkeit. Beispielhaft ermöglichen Umgebungsschwingungen, die unterhalb der VC-E-Linie liegen, Arbeiten mit Strukturen von  $0,1 \mu\text{m}$  Größe, für welche der Begriff „Nano-

technik“ verwendet wird. Nach Gordon (1999) wird angenommen, dass dieses Kriterium für die anspruchsvollsten empfindlichen Systeme ausreichend ist. Als Beispiele nennt er Präzisions-Hochreichweiten-Lasersysteme und Systeme mit einer hohen Anforderung an die dynamische Stabilität.

Über diese international verwendeten Kriterien hinaus existieren andere und erweiterte Schwingungsspezifikationen. Einen Erweiterungsansatz beschreibt Heiland (2008) im Zusammenhang mit der Gebrauchstauglichkeit von Bauwerken. Begründet durch eine niedrige erste Starrkörpereigenfrequenz eines gelagerten Systems, leitet er Richtlinien ab, welche besonders zu niedrigeren Frequenzen hin schärfer sind als das VC-Kriterium und Genauigkeiten von unter 0,1 nm ermöglichen. Dies begründet er mit der erforderlichen Genauigkeit von Rasterelektronenmikroskopen oder Transmissionselektronenmikroskopen der Nanotechnologie. Die derzeitige Fertigungsgenauigkeit für Massenprodukte der Chip-industrie (Stand 2008) gibt er mit 45 nm an. Ein ähnliches Vorgehen wird auch durch Amick et al. (2002) beschrieben.

Heiland und Mistler (2009) beschreiben bauliche Maßnahmen zum Aufbau von Gebäuden für die Nanotechnologie. Als effizientestes Mittel gibt er eine Gründungsplatte mit hoher Steifigkeit und großen horizontalen Abmessungen an. Zusätzliche Möglichkeiten, die Schwingungen besonders im Frequenzbereich unterhalb 10 Hz weiter zu reduzieren, seien eine große Gründungstiefe bzw. der Einsatz von zusätzlichen Pfählen, um eine Entkoppelung von Oberflächenschwingungen zu erhalten. Den Einsatz von elastischen (passiven) Lagerungssystemen sieht er aufgrund der entstehenden niedrigen Eigenfrequenz und der dadurch erzeugten Schwingungsüberhöhung in dem entsprechenden Frequenzbereich als kritisch an.

Abschließend sei auf das Deutsches Institut für Normung e.V. (DIN) (2001) verwiesen. Die DIN-Norm 4150-3 gibt Anhaltswerte für die maximal zulässigen Dauer- und Impulser-schütterungen für Gebäude. In ihr wird außerdem beschrieben, dass für Schwingungen in aller Regel die vertikalen Eigenfrequenzen von Gebäudedecken entscheidend sind, welche im Bereich oberhalb von 10 Hz liegen. Die horizontale Eigenfrequenz ist vor allem von der Gebäudehöhe bestimmt und kann laut DIN-Norm mittels der sogenannten Stockgleichung abgeschätzt werden:

$$f_1 \approx 10/n \quad \text{mit: } f_1: \text{ niedrigste Eigenfrequenz} \\ \text{in horizontaler Richtung} \\ n: \text{ Anzahl der Stockwerke}$$

## 3.2 Systeme zur aktiven Schwingungsreduktion

Aktive Systeme zur Schwingungsreduktion sind vielfältig in Hinblick auf ihren Einsatzbereich, ihre Ausführung und die verwendete Regelungsstrategie. Einen Überblick über Anwendungsfälle, konstruktive Ausführungen und vor allem Möglichkeiten zur Regelung geben Preumont (2002) und Fuller et al. (1996). Dabei finden aktive Systeme sowohl im Bereich akustischer als auch mechanischer Schwingungen Einsatz. Mechanische Schwingungen können die Funktionalität einer Maschine beeinträchtigen oder diese im schlimmsten Fall beschädigen. Zum anderen kann aber auch durch die von der Maschine verur-

sachte Anregung das Schwingungsniveau der Umgebung steigen. Neben passiven Ansätzen können vor allem aktive Lösungen dieser Problematik entgegenwirken. Zwei häufig umgesetzte aktive Maßnahmen sind Lagerelemente und Inertialmassenaktoren. Entsprechend ihres Einsatzzwecks können diese Systeme zur Empfängerisolation, Quellenisolation oder Schwingungskompensation verwendet werden. In Bartel et al. (2013) werden die unterschiedlichen Einsatzbereiche beschrieben. Außerdem werden Beispiele für piezoelektrische Aktoren für jeden dieser Bereiche aufgeführt. Auch Bös et al. (2008) vergleichen Konzepte zur Lagerung und zur Kompensation der Schwingungsanregung durch den Klimakompressor einer Straßenbahn.

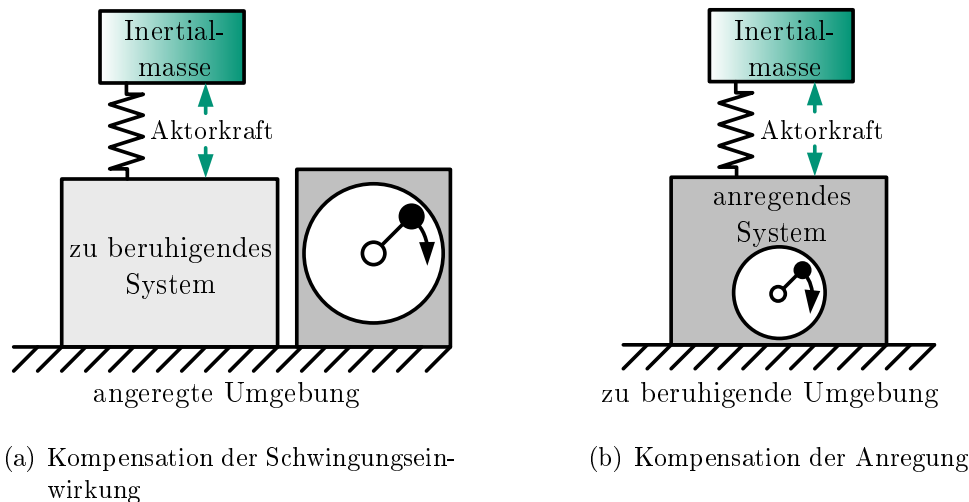


Abbildung 3.2: Kompensationsmaßnahmen zur strukturellen Schwingungsreduktion

Der Einsatz von Inertialmassenaktoren wird in unterschiedlichen technischen Bereichen untersucht. Dabei kommen verschiedene aktorische Konzepte zum Einsatz. Ein prinzipielles Schema zur Anordnung von Inertialmassenaktoren zeigt Abbildung 3.2. Der Übergang zwischen einer Anregungskompensation und einer Einwirkungskompensation ist fließend. May et al. (2003) beschreiben einen magnetostriktiven Inertialmassenaktor zur Reduktion von Schwingungs- und Lärmeinwirkung auf den Innenraum eines Flugzeuges mit Turboprop-Triebwerk. Dabei wird sowohl die passive Tilgerwirkung als auch die Kompensationswirkung im Frequenzbereich oberhalb der ersten Resonanz ausgenutzt. Über die Signallückführung eines Beschleunigungssensors auf der Inertialmasse erreichen Jalili und Knowles (2004) eine Verschiebung der Resonanz des Inertialmassenaktors. Dadurch wird eine Anpassung der Tilgungsfrequenz auf sich verändernde Schwingungsbedingungen der Anbindungsstruktur ermöglicht. Ein ausführliches mathematisches Modell des Inertialmassenaktormodells stellen Winberg et al. (2004) vor. Das von ihm beschriebene gekoppelte mechanische und elektrische Modell eines elektrodynamischen Inertialmassenaktors ermöglicht das effektive Anpassen eines Aktors an eine bestimmte Anwendung. Bohn et al. (2004) stellen eine Regelungsmöglichkeit eines elektromagnetischen Inertialmassenaktors zur Schwingungsreduktion an einem Fahrzeugmotorlager vor. Aufgrund der sich stetig ändernden Anregungsfrequenz setzen sie einen Zustandsbeobachter zur Abschätzung eines Anregungsmodells ein. Den Ausgang des Modells nutzen sie zur Regelung des Aktors. Am Beispiel des gleichen Inertialmassenaktors beschreiben Kowalczyk et al. (2006) die Bedeutung von Rapid Control Prototyping im Entwicklungsprozess eines mechatronischen Systems. Röglin et al. (2013) vergleichen zwei Konzepte für Inertialmas-

senaktoren zur Minderung der Schwingungseinwirkung in eine Fahrzeugkarosserie. Zur Einstellung einer relativ geringen Hauptresonanzfrequenz basiert ein Konzept auf einer Biegefeder mit laminaren piezoelektrischen Aktoren, während das zweite aus piezoelektrischen Stapelaktoren mit einem Wegvergrößerungsmechanismus besteht.

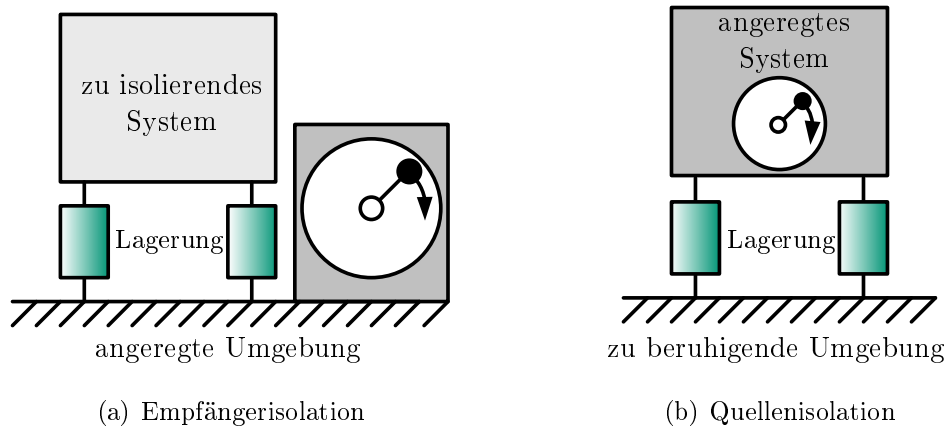


Abbildung 3.3: Isolationsmaßnahmen zur strukturellen Schwingungsreduktion

Die Einteilung aktiver Lagersysteme in die Bereiche Quellen- und Empfängerisolation ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Als Quellenisolation wird dabei die Lagerung von Aggregaten beschrieben. Mayer et al. (2006) stellen die Simulation, die Umsetzung und die Regelung einer piezoelektrischen Lagerung im Automobilbereich vor. Auf Basis experimentell ermittelter Daten wird ein Simulationsmodell des aktiven Lagers erstellt. Ein System zur piezoelektrischen Lagerung eines Schiffdieselmotors beschreiben Matthias et al. (2007). Im gleichen Zusammenhang vergleichen Kauba et al. (2008) verschiedene FxLMS Regelalgorithmen. Die Umsetzung eines kostengünstigen Prototyps einer aktiven Motorlagerung für einen Personenkraftwagen zeigen Lee und Lee (2009). Ihr Lagerkonzept baut auf einem kommerziell verbauten Fluidlager auf, bei dem neben einem Elastomerdämpfer Fluidkammern zur Beeinflussung der Dämpfung und der Steifigkeit des Lagers eingesetzt werden. Durch einen elektrodynamischen Aktor ermöglicht das Konzept eine Einflussnahme auf den Fluiddruck und somit auf die Kraftübertragung des Lagers in die Karosserie. Ein aktives Motorlager mit zwei parallelen Kraftübertragungspfaden beschreiben Herold et al. (2013). Dabei nimmt eine Feder mit relativ geringer Steifigkeit statische Kräfte auf. Parallel zu der Steifigkeit ist ein wegvergrößerter piezoelektrischer Stapelaktor mit einem seriellen Dämpfungselement angeordnet. Während das Dämpfungselement den Aktor von statischen und niederfrequenten Anregungen entkoppelt, überträgt es die Aktorkraft im höheren Frequenzbereich. In Kombination mit einer Regelung, welche der Anregung durch die Motorordnungen entgegenwirkt, ermöglicht das Lager eine deutliche aktive Schwingungsreduktion. Dabei ist die Charakteristik des passiven Lagers mit der des kommerziellen Lagers vergleichbar.

In den Bereich der Empfängerisolation fallen die im nächsten Abschnitt betrachteten Systeme zur Isolation empfindlicher Geräte.

### 3.3 Systeme zur aktiven Lagerung empfindlicher Geräte

Eine Isolation von Geräten gegenüber Umgebungsschwingungen kann durch ihre Lagerung auf passiven Elementen, z. B. Elastomer- oder Luftfedern, erreicht werden (vergleiche Abschnitt 2.2.1). In Verbindung mit einer geeigneten Regelungsstrategie wird durch die Integration von Sensoren und Aktoren in den Übertragungspfad die Wirkung des passiven Lagers gesteigert. Besonders in Verbindung mit empfindlichen Analyse- und Fertigungsgeräten sind aktive Lagerungssysteme notwendig. Dabei werden verschiedene Aufbauten, Wirkprinzipien und Regelungskonzepte untersucht.

Spanos et al. (1995) stellen analytische und experimentelle Ergebnisse eines sechsaxial aktiv geregelten Schwingungsisolationsystems vor. Das System besteht aus sechs aktiven Streben, welche so angeordnet sind, dass alle sechs Freiheitsgrade des gelagerten Systems entsprechend einer Stewart-Plattform beeinflusst werden können. Die Strebe beinhaltet einen Tauchspulenaktor mit einer weichen, parallel angeordneten Feder. Zur Regelung setzen sie sechs voneinander entkoppelte Signallückführungen ein. Einen ähnlichen Aufbau beschreiben Abu Hanieh et al. (2001) zur Isolation von Mikrovibrationen für Weltraumanwendungen. Darin werden piezoelektrische Aktoren mit einem mechanischen Wegvergrößerungsmechanismus verwendet, mit dessen Hilfe der benötigte Stellweg erreicht werden kann. Eine aktive Schwingungsdämpfung erreichen sie dabei über die Signallückführung eines Kraftsensors.

Eine an vier Punkten gelagerte Isolationsplattform stellt Sandercock (1985) in seinem Patent vor. Im Mittelpunkt steht ein hochempfindlicher piezoelektrischer Beschleunigungssensor zur Signallückführung der Dynamik des gelagerten Systems. Als Aktor soll ein elektromechanischer Aktor, entsprechend eines Lautsprechers, dienen (siehe auch Sandercock (1986)). Später ergänzt er diesen Ansatz mit Patenten zur Dreipunktlagerung einer Rahmenstruktur (Sandercock (1987)) und zur Integration eines Wegsensors mit analogen Regelungsschaltungen (Sandercock (1991)). Eine darauf basierende mehraxiale modulare Bauweise wird durch Halcyonics (2001) vorgestellt und später in Gebrauchsmustern um eine Kraft- oder Beschleunigungsrückführung über eine digitale Regelungsplattform (Halcyonics (2003)) und um eine koaxiale Positionierung eines hochempfindlichen piezoelektrischen Beschleunigungssensors (Halcyonics (2006)) erweitert.

Eine Lagerung mit pneumatischer Positionsregelung stellt Greene (1987) vor. Die Lagerung beinhaltet die Erfassung und die Regelung der Position der Last durch einen Positionssensor bzw. durch eine Ventilsteuerung.

Eine Kombination aktiver und passiver Lager patentieren Schubert et al. (1998). Eine Zwischenmasse verbindet dabei ein oberhalb von ihr angebrachtes passives Element mit geringer Steifigkeit und einen darunter liegenden Aktor mit einer signifikant höheren Steifigkeit. Die Schwingung der Zwischenmasse wird sensorisch erfasst und zum Aktor zurückgeführt. Wie Nelson (2002) beschreibt, ermöglicht diese Art der Lagerung eine Entkopplung des gelagerten Systems und der aktiv isolierten Zwischenmasse. Somit wirkt die Zwischenmasse als aktiv schwingungsreduzierter Basispunkt eines passiv gelagerten Systems. Ist der Aufbau eine geregelte Produktionsmaschine oder ein Stellsystem, so wird dessen Regelung nicht von der Regelung der Schwingungsisolations beeinflusst. Die Steifigkeit des Aktors soll nach seinen Angaben etwa 100-fach über der Steifigkeit des passiven

Elements liegen. Im beschriebenen System wird dafür ein piezoelektrischer Stapelaktor verwendet.

Ein Simulationsmodell einer kommerziell erhältlichen Isolationsplattform werden von Müller et al. (2005) aufgebaut. Das Modell beinhaltet eine Starrkörperbeschreibung der Aufbauplatte mit sechs Freiheitsgraden und eine analytische Beschreibung der verbauten elektrodynamischen Tauchspulenaktoren. Experimentell ermittelte Transmissionsverläufe für den aktiven und den passiven Fall werden mit Simulationsverläufen verglichen. In der Plattform kommt eine analoge dezentrale Signalerückführung zum Einsatz. Darüber hinaus wird Verbesserungspotential durch die Kombination einer optimierten dezentralen Regelung und einer zentralen Regelung aufgezeigt. Darauf aufbauend untersuchen Kerber et al. (2007) weitere mögliche Regelungsstrategien, wie eine Zustandsrückführung mit Beobachter und eine  $H_\infty$ -Regelung, welche die besten aktiven Isolationsergebnisse erzielt.

Einen weiteren Lageraufbau einer Isolationsplattform mit zwei parallelen Lastpfaden beschreibt Kraner (2006). Der erste Lastpfad besteht aus einem passiven Federelement. Ein Aktor mit einem seriellen Dämpfungselement bildet den zweiten Lastpfad. Wie Herold et al. (2013) beschreiben, können dadurch sowohl der Frequenzbereich der Kraftwirkung des Aktors beeinflusst als auch seine statische Belastung reduziert werden.

In einer Gebrauchsmusterschrift stellt Halcyonics (2007) den Aufbau einer kaskadierten Isolationsplattform vor. Durch die aktive Lagerung einer Zwischenstruktur, auf der der Aufbau ebenfalls aktiv gelagert wird, wird ein kompakter Systemaufbau ermöglicht. Zur getrennten Signalerückführung der Zwischenstruktur und des Aufbaus werden Sensoren auf beiden Körpern angebracht.

Einen anderen Ansatz zur aktiven Schwingungsminderung isolierter Systeme zeigen Atzrodt et al. (2007). Sein Ziel ist die Reduktion von Resonanzen einer gelagerten Lochrasterplatte zur Erhöhung der Genauigkeit von darauf durchgeführten dynamischen Messungen. Basierend auf Simulationen und experimentellen Voruntersuchungen wird dazu ein piezoelektrischer Inertialmassenaktor auf Basis von zwei scheibenförmigen Aktoren ausgelegt und umgesetzt. Ebenso stellt Stöbener (2009) die Umsetzung eines elektrodynamischen Inertialmassenaktors zur Reduktion von Starrkörperresonanzamplituden einer Lagerungsstruktur vor. Dabei setzt er einen hochempfindlichen piezoelektrischen Beschleunigungssensor und eine analoge Absolutgeschwindigkeitsrückführung ein.

Einige der vorgestellten Konzepte werden in kommerziell erhältlichen Isolationssystemen umgesetzt. Einen technologischen Überblick über ihre Systeme gibt Technical Manufacturing Corporation (2012). Ein pneumatisches System ermöglicht eine Positionsregelung der Aufbaumasse. Eine angepasste Dämpfung wird dabei über die Reibung einer Gummirollmembran oder über einen Öldämpfer erreicht. Zudem wird die aktive Erweiterung eines passiven Isolationssystems durch einen piezoelektrischen Unterbau mit höherer Steifigkeit beschrieben. Halcyonics (2013) verwendet hochempfindliche Schwingungssensoren und elektrodynamische Aktoren zur geregelten Schwingungsreduktion. Ein weiterer Hersteller für aktive Isolationsplattformen ist TableStable (2013).



## 3.4 Aktoren zur aktiven Lagerung empfindlicher Geräte

Zur Steigerung der breitbandigen Isolationswirkung sollte die erste Eigenfrequenz, und somit die Steifigkeit, von Isolationssystemen so gering wie möglich eingestellt werden. Aktoren zur aktiven Isolation empfindlicher Geräte arbeiten in einem relativ niedrigen Frequenzbereich von bis zu 100 Hz. Dabei werden Aktoren benötigt, welche Wegamplituden im Bereich von bis zu 100  $\mu\text{m}$  stellen können. Die zur Isolation notwendigen Kraftamplituden sind dabei mit bis zu 5 N relativ gering. In herkömmlichen Systemen zur aktiven Isolation empfindlicher Geräte werden vor allem elektrodynamische Aktoren, aber auch wegübersetzte piezoelektrische Stapelaktoren eingesetzt. Ihnen gegenüber bieten piezoelektrische Bimorphaktoren eine Alternative und ermöglichen darüber hinaus die Integration verschiedener Funktionen des aktiven Systems in einem Element. Entsprechend der Zielsetzung der vorliegenden Arbeit wird in diesem Abschnitt ein Überblick über elektrodynamische und wegübersetzte piezoelektrische Aktoren gegeben. Bezüglich piezoelektrischer Bimorphaktoren wird ein detaillierter Stand der Technik beschrieben.

### 3.4.1 Wirkweise elektrodynamischer und wegübersetzter piezoelektrischer Aktoren

Das Verhalten elektrodynamischer Aktoren, entsprechend Abbildung 3.4, wird unter anderem durch Nordmann (2001) und Preumont (2002) beschrieben.

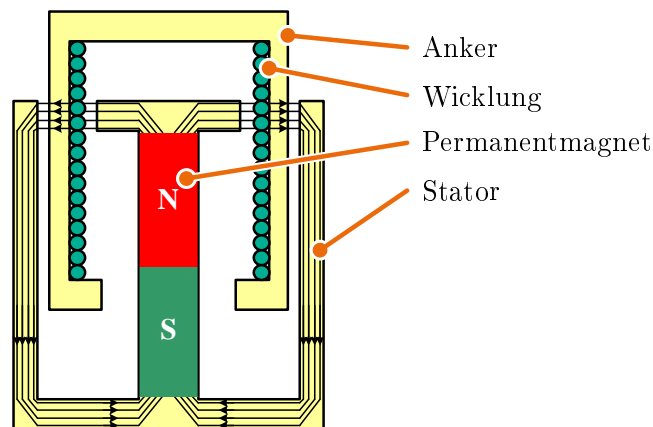


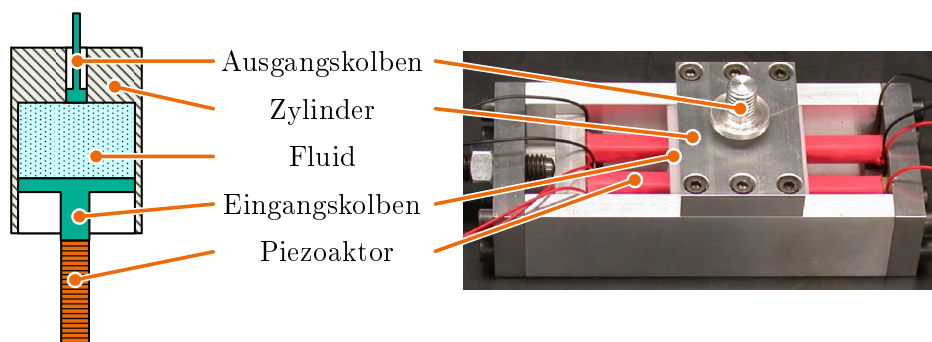
Abbildung 3.4: Elektrodynamischer Aktor

Im Wesentlichen besteht der Aktor aus einem in einem Stator integrierten Permanentmagneten, in dessen Magnetfeld ein Anker mit Spulenwicklungen eintaucht. Bei einem Stromdurchfluss durch die Spule entsteht im Bereich des magnetischen Flusses eine Kraft, die als Lorentzkraft bezeichnet wird und orthogonal zur Spulenwicklung gerichtet ist. Somit bewegt sich der Anker in axialer Richtung. Elektrodynamische Aktoren finden in vielen technischen Anwendungen Einsatz, auch in kommerziell erhältlichen Isolationsplattformen. Ihr Vorteil besteht in der Möglichkeit einer nahezu unabhängigen Auslegung von Aktorik und Steifigkeit. Häufig wird die Steifigkeit als Membran einer ohnehin benötigten Parallelführung in den Aktor integriert. Ein Nachteil für Isolationssysteme ergibt

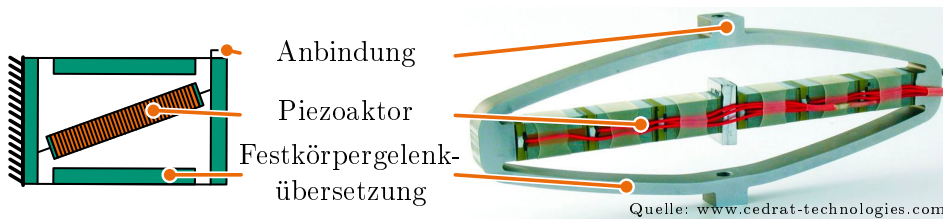
sich aufgrund des nicht zu vermeidenden dämpfenden Einflusses durch einen entgegengesetzten elektrodynamischen Effekt.

Der Einsatz wegübersetzter piezoelektrischer Aktoren wird seit einiger Zeit für verschiedene technische Anwendungen untersucht. Aufgrund des Übersetzungsverhältnisses kann der piezoelektrische Aktor, je nach Auslegungskonzept, Wege im Millimeterbereich stellen. Ein besonderer Vorteil für Isolationssysteme liegt in der Steifigkeitsreduktion des wegübersetzten Aktors, welche dem quadratischen Übersetzungsverhältnis  $i$  entspricht. Die Steifigkeit des übersetzten Aktors beträgt somit  $k_{A,\ddot{u}} = k_A/i^2$  mit der Aktorstefigkeit  $k_A$ . Dabei gibt es im Wesentlichen zwei Wirkprinzipien, die eingesetzt werden.

In Abbildung 3.5 (a) ist ein Übersetzungsprinzip auf Basis eines Übertragungsmediums dargestellt. Das Übersetzungsverhältnis berechnet sich dabei über das Flächenverhältnis von Eingangs- zu Ausgangskolben. Garcia-Bonito et al. (1998) beschreiben den Aufbau eines entsprechenden wegübersetzten Aktors auf Basis eines Fluidmediums. Brennan et al. (1999) vergleichen die Effizienz desselben Aktors mit anderen aktorischen Konzepten. Ein elastisches Medium zur Wegübersetzung stellen Bös et al. (2008) vor. Zudem zeigen sie den Einsatz des übersetzten Aktors zur Lagerung eines Kompressors.



(a) Wegübersetzung durch ein Übertragungsmedium



(b) Wegübersetzung durch eine Festkörpergelenkmechanik

Abbildung 3.5: Wegübersetzte piezoelektrische Stapelaktoren

Das Prinzip einer Festkörpergelenkmechanik als Wegübersetzung zeigt Abbildung 3.5 (b). Aktoren, die nach diesem Prinzip wegübersetzt sind, werden unter anderem von der Firma Cedrat Technologies kommerziell vertrieben. Beispielsweise zeigen Herold et al. (2013) den Einsatz eines vergleichbaren Aktors in einem aktiven Fahrzeuglager.

### 3.4.2 Piezoelektrische Bimorphaktoren

Bei piezoelektrischen Bimorphaktoren wird ein laminares piezoelektrisches Element beispielsweise durch Verkleben auf eine Balkenstruktur aufgebracht. Bei einer Beaufschlagung

des Aktors mit einer elektrischen Spannung bewirkt das Element ein Biegemoment mit Bezug zur Neutralen Faser. Der prinzipielle Aufbau eines piezoelektrischen Bimorphs ist in Abbildung 3.6 dargestellt.

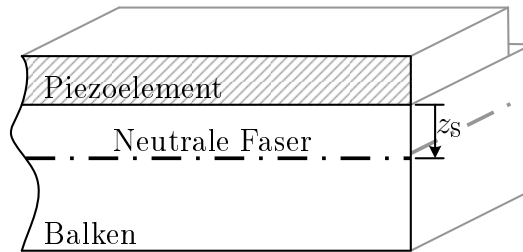


Abbildung 3.6: Piezoelektrischer Bimorph

Die analytische Beschreibung eines piezoelektrischen Bimorphs hat sich über mehrere Jahrzehnte weiterentwickelt. Smits und Dalke (1990) stellen eine physikalische Beschreibung eines Biegebalkens unter elektromechanischem Einfluss vor. Dabei berücksichtigen sie ein mechanisches Moment an der Balkeneinspannung, eine Kraft am Balkenende und eine einheitliche Last über die Balkenlänge (siehe auch Smits und Choi (1991)). Als Ergänzung geben Smits et al. (1991) physikalische Gleichungen für verschiedene Randbedingungen an, welche sich aus Momenten- und Kraftbelastung an der Balkenspitze und einer einheitlichen Last über die Balkenlänge beschreiben lassen. Eine weitere Lösung zur Berechnung der Kraft, der Verschiebung und der Ladung in einem piezoelektrischen Balken leitet Weinberg (1999) her. Unter Verwendung der klassischen Laminattheorie und der Schubtheorie erster Ordnung berechnen Senthil und Batra (2001) das Verhalten elastischer Platten mit verteilten oder segmentierten piezoelektrischen Schichten. Eine analytische Beschreibung eines Balkens mit einem piezoelektrischen Aktor und Sensor geben Sun und Huang (2001). Dabei stellen sie eine harmonische Formulierung des passiven Balkens und des Balkens bei geschlossener Sensorsignallückführung mit unterschiedlichen Verstärkungsfaktoren vor. Eine darauf aufbauende Vereinfachung der numerischen Lösung des Problems zur Berechnung der Eigenfrequenzen und Eigenfunktionen des frei schwingenden Balkens mit sensorischen und aktorischen piezoelektrischen Modulen über den Effekt von axialen Kräften des geregelten Balkens untersuchen Sloss et al. (2003). Ein Modell eines mehrschichtigen piezoelektrischen Biegebalkens für den statischen Fall, welches die Biegelinie, die Krümmung und die Absenkung des freien Endes beschreibt, zeigen Huang et al. (2004). Der Biegebalken besteht dabei ausschließlich aus piezoelektrischer Keramik. Sie zeigen den Nutzen des Modells zur Optimierung des Bimorphs unter Betrachtung der Absenkung des freien Endes bei unterschiedlichen Arbeitsbedingungen. Die physikalischen Gleichungen für alle möglichen Arten eines einseitig fest eingespannten piezoelektrischen, mehrschichtigen Biegebalkens mit freiem Ende formulieren Ballas et al. (2006) für unterschiedliche Anregungsbedingungen und für jeden Punkt über die Länge des Aktors. Auch Edery-Azulay und Abramovich (2006)(2) beschreiben die freie, natürliche Schwingung des Balkens unter Angabe der homogenen Lösung für den gedämpften Fall. Kayacik et al. (2008) beschreiben eine Approximation des frei schwingenden Balkens über die Lösung des linearen Systems der Eigenfunktionen des Balkens. Über die Beschreibung des geregelten Falls bei einer Weg- oder Geschwindigkeitsrückführung kann die Änderung der Eigenfrequenzen für unterschiedliche Verstärkungsfaktoren, Dämpfungskoeffizienten und Akteurpositionen bestimmt werden. Am Beispiel eines piezoelektrischen

Mikro-Biegebalkens entwickeln Sadek et al. (2009) ein optimales Regelungsgesetz unter Berücksichtigung der Momente der Randeinspannung in der Regelungsfunktion.

Aufbauend auf der analytischen Beschreibung eines piezoelektrischen Bimorphs wurden Ansätze zu seiner geometrischen Optimierung entwickelt. Huang et al. (2004) stellen die Verwendung seiner analytischen Balkenbeschreibung, die für den statischen Fall gültig ist, zur Optimierung der Balkenstruktur vor. Dhuri und Seshu (2009) beschreiben einen genetischen Algorithmus zur Optimierung der Position und der Größe piezoelektrischer Sensoren und Aktoren auf einem Biegebalken. Ihre Zielgrößen sind dabei eine geringe Beeinflussung der Eigenfrequenzen des Biegebalkens und eine gute Steuerbarkeit. Mit dem Ziel der Regelung der Absenkung des freien Endes eines Biegebalkens bei einer statischen und harmonischen Anregung des freien Endes optimieren Donoso und Sigmund (2009) die Dicke und die Breite des piezoelektrischen Elements.

Um einen hohen Stellweg zu erreichen, stellen Elissalde und Cross (1995) einen domförmig vorgekrümmten Bimorphaktor, genannt *RAINBOW* vor. Mit einem vereinfachten Modell des Kompositaktors, bei dem sie eine gleiche Dichte und Elastizität aller Komponenten annehmen, erreichen sie eine gute Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten Moden des Aktors. Die Zusammenhänge der fertigungsgebundenen Vorkrümmung des Aktors und der zu tragenden Auflast mit dem hohen Stellweg des Aktors beschreiben Li et al. (1996). Sie stellen fest, dass die Charakteristik von *RAINBOW* sehr eng mit der domförmigen Vorkrümmung verbunden ist. Shen et al. (2006) stellen Ergebnisse einer näheren Analyse der belastungsabhängigen Auslenkung des Aktors vor. Durch numerische Simulation berechnen Chung und Kim (2005) den elektromechanisch erreichbaren Stellweg einer Stahlausführung mit aufgeklebten piezoelektrischen Elementen, genannt *THUNDER*. Weitere Ergebnisse zur Charakterisierung des mechanischen Verhaltens und der Wirkung des Aktors stellen Kim et al. (2009) dar. Aufgrund der unterschiedlichen thermischen Koeffizienten der Materialien kann die domförmige Vorkrümmung beeinflusst werden. Den Aufbau, die Herstellung und die Untersuchung der Wirkung einer Leichtbauversion eines piezoelektrischen, vorgekrümmten Kompositaktors, genannt *LIPCA*, zeigen Yoon et al. (2002). Die Faserverbund-Trägerstruktur und das piezoelektrische Material werden dabei in einem gemeinsamen Herstellungsprozess miteinander durch Epoxidharz verbunden. Die Vorkrümmung von *LIPCA* wurde vor der Fertigung mit Hilfe der klassischen Laminattheorie berechnet. Kim et al. (2005) analysieren die Vorteile der Kombination aus Faserverbund und Piezoelement gegenüber der Stahlvariante. Aufgrund der unterschiedlichen thermischen Ausdehnung zwischen Stahl und piezoelektrischer Keramik entstehen innere Spannungen, welche die Funktion des Aktors beeinträchtigen. Diese Beeinträchtigung wird durch den Einsatz von Fasermaterial reduziert. Zur Einstellung der notwendigen Vorkrümmung werden unterschiedliche Faserarten eingesetzt. Aimmamnee et al. (2009) führen die Einbeziehung des geometrisch-nichtlinearen Verhaltens und der Nichtlinearitäten der piezoelektrischen Schicht in die Modellierung von *RAINBOW* durch. Eine gute Übereinstimmung zeigt ihr Vergleich der simulierten Absenkung durch eine Spannungsbeaufschlagung des Aktors mit Messergebnissen.

Ein Modell zur Beschreibung des statischen Verhaltens eines Mikro-Biegebalkens mit willkürlicher Konfiguration von elastischer und piezoelektrischer Schicht beschreiben DeVoe und Pisano (1997). Die Regelung und die Herstellung eines Mikro-Bimorphs aus einer gedruckten PZT-Schicht stellen Collet et al. (2003) vor.

Mit dem Ziel, aktorische piezoelektrische Module gleichzeitig als Sensor zu verwenden,

wurden unterschiedliche Vorgehen untersucht. Dosch et al. (1992) beschreiben eine Technik zur sensorischen Verwendung eines Aktors während seines Betriebs in einem geschlossenen Regelkreis. Durch die praktische Implementierung einer vergleichenden Brückenschaltung ermitteln sie die Dehnung des Aktors im Betrieb. Ji et al. (2009) verwenden einen solchen selbstsensierenden Aktor zur akustischen Schwingungsminderung. Über ein neuronales Netzwerk adaptieren sie einen FIR-Filter zur Nutzung des Sensors in Kombination mit einem Feedback-Regeler und einem gefilterten FxLMS Algorithmus. Ihr Ziel dabei ist die Vermeidung der Nutzung eines zusätzlichen Sensors zur Erfassung akustischer Signale. Zum Betrieb eines mikromechanischen fliegenden Insekts applizieren Campolo et al. (2003) einen laminaren piezoelektrischen Aktor mit einer getrennten Elektrode, welche zur Erfassung eines sensorischen Dehnungssignals genutzt wird. Zur Verminderung der Beeinflussung des sensorischen Signals durch die aktorische Spannung sehen sie eine Zwischenelektrode zur Erdung vor. Getrennte aktorische und sensorische Elemente zur aktiven Bedämpfung eines Biegebalkens verwenden u.a. Ederly-Azulay und Abramovich (2006)(1).

Der Aufbau und die Wirkung unterschiedlicher piezoelektrischer Module wird von Wierach (2005) untersucht. Dabei stellt er Messergebnisse unterschiedlicher piezoelektrischer Kompositmodule vor. Dabei betrachtet er Ergebnisse der Spannungs-Dehnungs-Hysterese des reinen Modulaktors und eines Stahlbalkens mit appliziertem Aktor.

Zudem werden auch konkrete Anwendungen zur Nutzung piezoelektrischer Bimorphe untersucht. Campolo et al. (2003) verwenden einen piezoelektrischen Bimorph mit einer passiven Verlängerung zum Antrieb eines mikromechanischen Fluginsekts. Dabei betreiben sie den Balken in seiner Resonanzfrequenz von ungefähr 150 Hz. Eine Anwendung zur Schwingungsminderung stellen Konstanzer et al. (2006) vor. Zur Reduktion der Rumpfschwingung eines Turboprop-Flugzeugs legen sie einen Inertialmassenaktor, basierend auf piezoelektrischen Biegefedern, so aus, dass die erste harmonische Anregungsfrequenz des Propellers getilgt wird. In Abhängigkeit vom Regelungskonzept kann die Tilgungsfrequenz aktiv auf eine sich ändernde Anregungsfrequenz angepasst werden. Durch die Kraftwirkung des Inertialmassenaktors im höheren Frequenzbereich können auch die Amplituden höherharmonischer Anregungen reduziert werden. Aufbauend auf dem gleichen Grundprinzip beschreiben Konstanzer et al. (2007) den Betrieb eines Inertialmassenaktors in der Nähe seiner Eigenfrequenz. Durch die resonanzbedingte Überhöhung der Übertragung der elektrischen Spannung zur Kraft erreicht der Kraftaktor Kräfte bis  $\pm 800$  N im Frequenzbereich um 26 Hz. Als piezoelektrisches Element wird dabei ein mehrschichtiger monolithischer Aktor verwendet. Ein vergleichbares Konzept stellen Bös et al. (2008) vor. Hier wird ein ähnlicher Inertialmassenaktor zur Schwingungsreduktion eines Klimakompressors verwendet. Auch hier tilgt der Aktor in der ersten Anregungsfrequenz adaptiv und wird im höheren Frequenzbereich zur aktiven Kompensation verwendet.

## 3.5 Sensoren zur aktiven Lagerung

Zur aktiven Lagerung empfindlicher Geräte ist besonders ein niedriges Rauschniveau des Sensors ausschlaggebend. Sensorkonzepte zur Erfassung der Systemdynamik, die dazu besonders geeignet sind und bereits in kommerziell erhältlichen Systemen eingesetzt werden, sind Geophone und piezoelektrische Beschleunigungssensoren.

### 3.5.1 Wirkweise von Geophonen

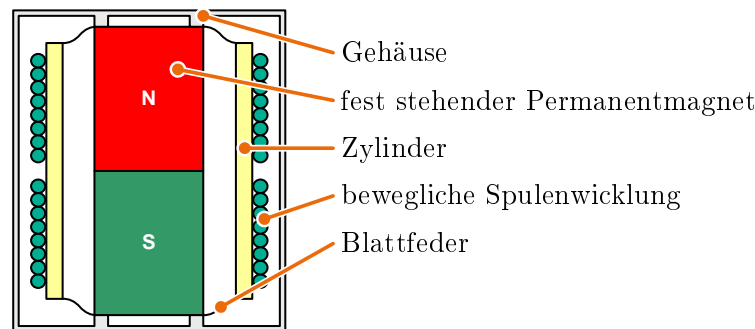


Abbildung 3.7: Geophon

Zur Erfassung seismischer Schwingungen werden Geophone im Bereich der Geophysik eingesetzt und sind in vielen Ausführungen kommerziell erhältlich. Das Prinzip des Geophons und dazugehörige grundlegende Gleichungen beschreiben Barzilai et al. (1998). Aufbauend auf seiner Darstellung zeigt Abbildung 3.7 den Grundaufbau des Geophons. Aufgrund der geschwindigkeitsproportionalen Strominduktion gibt das Geophon ein Geschwindigkeitsproportionales Sensorsignal aus. Beispielhaft verwenden Ding et al. (2010) ein Geophon als Sensor eines Regelkreises zur aktiven Schwingungsreduktion.

### 3.5.2 Piezoelektrische Biegesensoren

Yu und Lan (2001) stellen die drei Grundstrukturen piezoelektrischer Beschleunigungssensoren entsprechend Abbildung 3.8 dar. Eine hohe Empfindlichkeit des Beschleunigungssensors kann durch die Verwendung einer Biegestruktur erreicht werden. Das piezoelektrische Biegesensorprinzip ist somit besonders geeignet zum Aufbau eines hochempfindlichen Beschleunigungssensors.

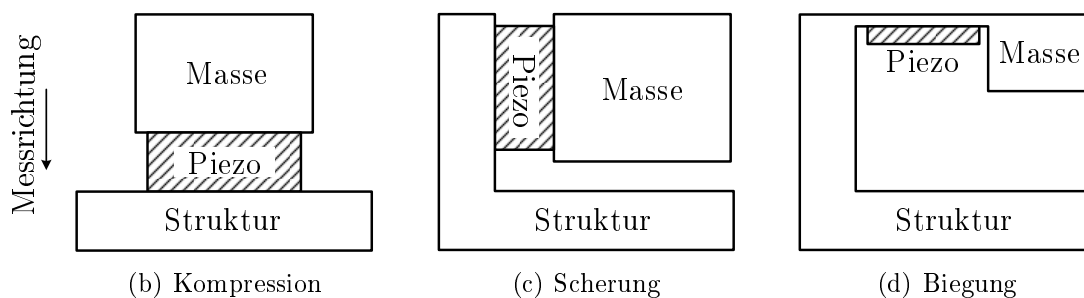


Abbildung 3.8: Prinzipien piezoelektrischer Sensoren

Bereits Sandercock (1985) patentierte einen empfindlichen Beschleunigungssensor auf Basis der Biegung eines piezoelektrischen Scheibenmoduls. Garcia et al. (1999) verwenden eine Biegestruktur zur Entwicklung eines seismischen Sensors mit hoher Sensitivität. Dabei befestigen sie eine Masse an der Spitze eines piezoelektrischen Bimorphbalkens. Reus et al. (1999) verfolgen ein Konzept, bei dem die seismische Masse durch zwei Bimorphfedern auf beiden Seiten getragen wird. Aufgrund der somit eintretenden unterschiedlichen

Dehnungsverteilung entlang des Balkens ermöglichen zwei piezoelektrische Elemente pro Balken eine Beschleunigungsmessung in zwei Raumrichtungen. In der Folge stellen Zou et al. (2008) die Umsetzung sowohl eines ein- als auch eines dreiaxialen Beschleunigungssensors unter Verwendung von piezoelektrischen Biegebalken dar. Unter Verwendung der Ladungs- und Spannungssensitivität stellt Ng (2005) grundlegende Gleichungen zur Auslegung von unimorphen, seriell dreischichtigen und parallel dreischichtigen piezoelektrischen Biegesensoren auf. Dabei beschreibt er den Zielkonflikt zwischen Empfindlichkeit und Bandbreite eines Sensors und untersucht den piezoelektrischen Generatoreffekt zu seiner autonomen Leistungsverorgung. Eine zusätzliche Möglichkeit zur Erhöhung der sensorischen Empfindlichkeit zeigen Wlodkowski et al. (2001). Sie verwenden dazu eine Strukturierung der Balkenoberfläche zur Reduktion der Steifigkeit des Sensors bei gleichzeitiger Erhaltung der hohen Dehnung des piezoelektrischen Materials.

## 3.6 Zusammenfassung und Fazit zum Stand von Wissenschaft und Technik

In diesem Kapitel werden Spezifikationen zum Betrieb empfindlicher Geräte gegeben. Aufgrund der Zunahme der Analyse- und Fertigungsgenauigkeit von Maschinen im Nano- und Subnanobereich, können diese Spezifikationen durch bauliche Maßnahmen und passive Zusatzsysteme zur Reduktion funktionsbeeinträchtigender Schwingungen nur unter großem Aufwand erfüllt werden. Wie beschrieben, existieren verschiedene aktive Ansätze zur Reduktion mechanischer Schwingungen im Bereich der Kompensation, der Quellenisolation und der Empfängerisolation. Systeme zur Empfängerisolation in Form von Isolationsplattformen sind kommerziell erhältlich und bieten eine effiziente Möglichkeit zur Schwingungsminderung empfindlicher Geräte. In diesem Zusammenhang existieren verschiedene Systeme, Patente und wissenschaftliche Veröffentlichungen, welche auf dem Einsatz elektrodynamischer Aktoren in Isolationsplattformen basieren. Auch werden steife piezoelektrische Elemente in Kombination mit passiven Lagern eingesetzt. Isolationsplattformen, die auf piezoelektrischen Bimorphen aufbauen, sind bislang nicht Stand von Wissenschaft und Technik.

Dennoch existieren genaue analytische Beschreibungen piezoelektrischer Bimorphaktoren. Auch wurden vielfältige Untersuchungen zur Schwingungsreduktion des aktiven Balkens an sich vorgestellt. Andere Arbeiten zeigen die Entwicklung eines piezoelektrischen Biegeaktors zur Generierung eines besonders hohen Stellweges. Darüber hinaus ist die Effizienz von Bimorphaktoren zur Schwingungsreduktion, u. a. im Einsatz als Biegefedertilger, unter Beweis gestellt worden.

Piezoelektrische Beschleunigungssensoren, die auf Bimorphstrukturen basieren, sind hingegen gut bekannt und Gegenstand von Wissenschaft und Technik.

Als Fazit der Recherche zum Stand von Wissenschaft und Technik ist zu schließen, dass trotz ihrer guten Beschreibung und des Nachweises ihrer Effizienz bislang keine Untersuchungen zum Einsatz von piezoelektrischen Bimorphaktoren in Isolationsplattformen vorliegen. Dabei bietet ihre Funktionsintegration ein großes Potential einer Reduktion der Komplexität und der Steigerung der Kompaktheit. Nachteilig ist der durch die Funktionsintegration erhöhte Entwicklungsaufwand. Dieser Aufwand könnte durch eine in sich

geschlossene, effiziente Entwicklungsmethodik zur Auslegung, zum Aufbau und zur Analyse von piezoelektrischen Bimorphstrukturen reduziert werden.

Daran schließt das Thema dieser Arbeit an, welches alle wesentlichen Entwicklungsschritte eines piezoelektrischen Bimorphs behandelt.



## 4 Methodik zur Entwicklung des ganzheitlichen Systems und Systemsimulation

In dieser Arbeit wird der Aufbau eines Isolationssystems zur Lagerung schwingungsempfindlicher Analyse- und Fertigungsgeräte dargestellt. Dieses Kapitel befasst sich mit der allgemeinen Darstellung der dazu verwendeten Komponenten, der Entwicklungsmethodik und dem Aufbau der Systemsimulation. Auf die Entwicklungsschritte der einzelnen Komponenten selbst wird in den folgenden Kapiteln detailliert eingegangen.

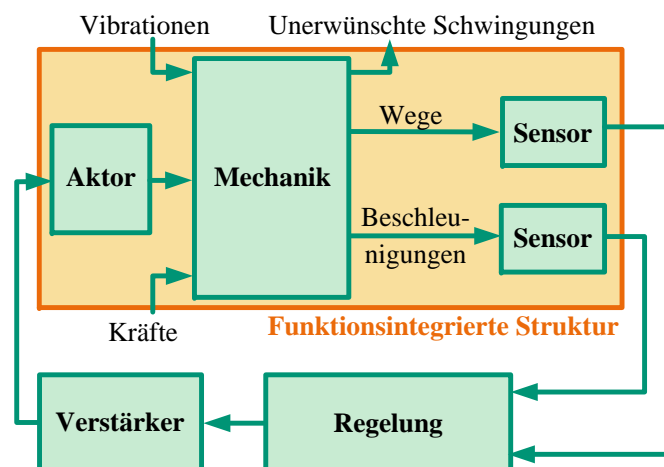


Abbildung 4.1: Adaptronisches Gesamtsystem

Abbildung 4.1 zeigt das schematische Blockschaltbild eines adaptronischen Gesamtsystems. Besonders die Schritte zur Entwicklung der funktionsintegrierten Struktur stehen im Fokus dieser Arbeit. Außerdem wird auf das verwendete Regelungskonzept eingegangen.

Durch die Verwendung eines piezoelektrischen Werkstoffs und die strukturelle Integration mechanischer, sensorischer und aktorischer Funktionen ist eine Reduktion der Systemkomplexität möglich. Zur Systementwicklung müssen die einzelnen Funktionen zwar getrennt voneinander betrachtet werden, können jedoch nur unter Berücksichtigung gegenseitiger Abhängigkeit ausgelegt werden. Dadurch entsteht eine zu lösende Optimierungsaufgabe.

### 4.1 Komponenten eines aktiven Isolationssystems

Die Komponenten der funktionsintegrierten Struktur umfassen neben der mechanischen Struktur auch aktorische und sensorische Komponenten. Ein adaptronisches System zur

aktiven Lagerung eines sensiblen Aufbaus besitzt das in Abbildung 4.2 dargestellte Schema.

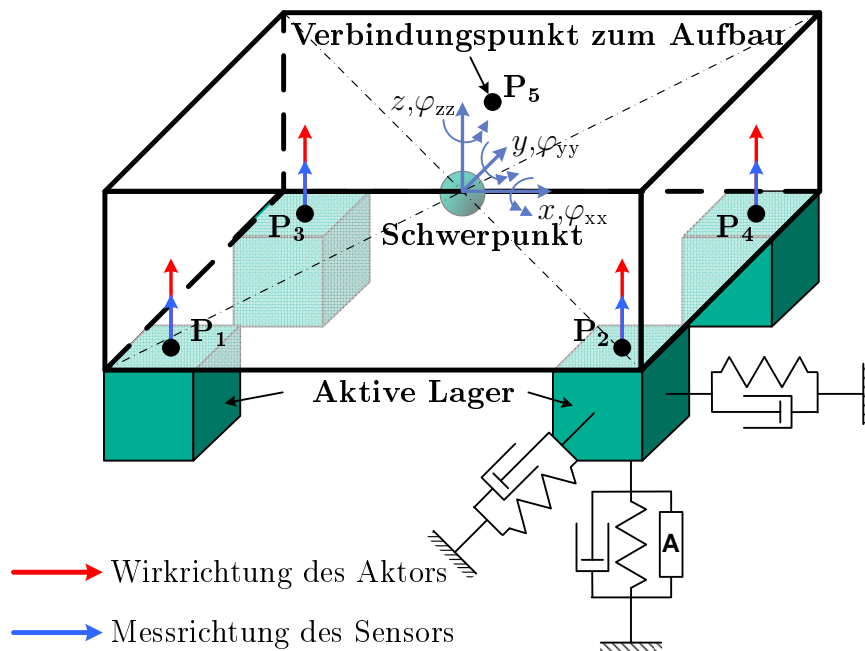


Abbildung 4.2: Schema des aktiven Isolationssystems

Die gelagerte Struktur beinhaltet alle auf den aktiven Lagern positionierte Körper, wie die Deckplatte des Isolationssystems oder ggf. den zu isolierenden Aufbau. Zu allen verbundenen Komponenten werden Kopplungspunkte definiert, an welchen die Aufbauadmittanz in die Systemsimulation integriert werden kann. Ein Vorgehen zur Modellierung der gelagerten Struktur ist in Kapitel 5 beschrieben. Das aktive Lager besteht aus den passiven Lagereigenschaften und der aktorischen Wirkung, welche in einer funktionsintegrierten Struktur gekoppelt sind. Die Auslegung des aktiven Lagers erfolgt in Kapitel 6. Der sensorisch nutzbare Effekt einer funktionsintegrierten Struktur ermöglicht das Auslegen z. B. von empfindlichen Beschleunigungssensoren. Die entsprechende Entwicklungsmethodik ist in Kapitel 7 dargestellt.

Zur Integration der einzelnen Komponenten in die Systemsimulation werden für die jeweiligen Detaillierungsebenen Ansätze zur Modellbildung benötigt. Diese Ansätze werden in den entsprechenden Kapiteln beschrieben.

## 4.2 Methodik zur Entwicklung eines aktiven Isolationssystems

Moderne Methoden zur Entwicklung technischer und mechatronischer Systeme basieren auf Entwicklungsmodellen aus dem Bereich der Softwareentwicklung. Royce (1970) stellt ein Modell mit sequentiellen Entwicklungsschritten vor. Dazu definiert er Rückbeziehungen zwischen den einzelnen Schritten zur Validierung der Ergebnisse auf Basis der Anforderungen. Den Entwicklungsprozess unterteilt Boehm (1979) in zwei Bereiche. Der erste Bereich besteht aus der Definitions- und Entwicklungsphase. Der zweite Bereich aus der

Test- und Installationsphase. Der Vergleich von Ergebnissen aus der Testphase mit den Zielen aus der Entwicklungsphase entspricht der Verifikation („Entwickle ich das Produkt richtig?“) des zu entwickelnden Systems. Der Abgleich der Ergebnisse aus der Aufbau- phase mit den Zielen der Definitionsphase ermöglicht die Validierung („Entwickle ich das richtige Produkt?“) des entwickelten Systems. Beide Bereiche betrachtet er als Flügel eines „V“s mit entsprechenden Rückbeziehungen von rechts nach links.

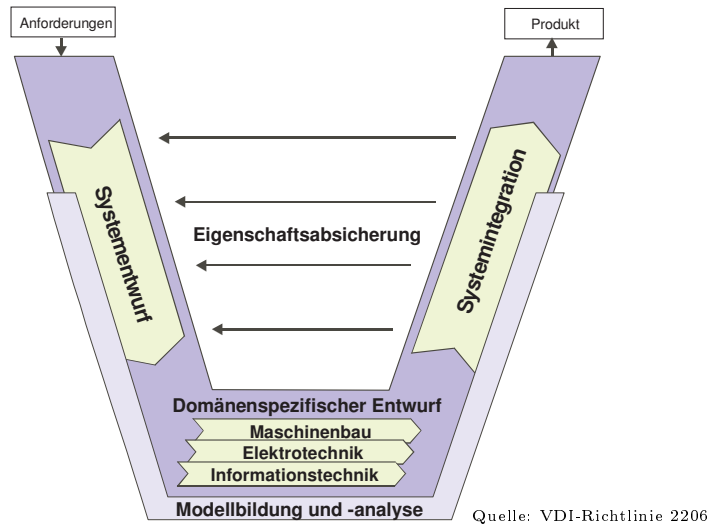


Abbildung 4.3: V-Modell zur Entwicklung mechatronischer Produkte

Das daher als V-Modell bezeichnete Vorgehen dient seitdem in vielen Bereichen als Entwicklungsgrundlage für Softwareprodukte. Seine Anpassung zur Entwicklung mechatronischer Systeme erfolgt unter anderem durch den Verein Deutscher Ingenieure (VDI) (2004), nicht zuletzt durch die zunehmende Bedeutung der Softwareintegration in den Entwicklungsprozess mechatronischer Systeme. Das Modell nach VDI-Richtlinie 2206 ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Dadurch wird ebenfalls eine angepasste Entwicklungsmethodik zur VDI Richtlinie 2221 vom Verein Deutscher Ingenieure (VDI) (1993) zur Entwicklung und Konstruktion technischer Systeme und Produkte umgesetzt. Das Entwicklungsvorgehen dieser Arbeit richtet sich nach dem beschriebenen V-Modell.

Wie aus Abbildung 4.3 hervorgeht, bildet die Modellbildung und -analyse einen auslegungsbegleitenden Bestandteil des Entwicklungsmodells vom Systementwurf über den Entwurf der einzelnen Domänen bis hin zur Systemintegration. Eine anpassbare, entwicklungsbegleitende Systemsimulation birgt somit Vorteile. Grundlage dazu ist die Integration verschiedener Entwicklungstools wie sie Gabbert et al. (2008) beschreiben. Einen grundlegenden modularen Simulationsansatz für aktive Systeme beschreiben Herold et al. (2006). Darauf aufbauend stellen Herold et al. (2009) und Jungblut et al. (2012) ein vollständiges Simulationsschema für mechatronische Systeme dar und demonstrieren die Anwendung des Ansatzes zur Modellierung einer aktiven Motorlagerung. Der Vorteil des Ansatzes ist die modulare Austauschbarkeit einzelner Modellteile. Zudem können die Modellteile über analytische Berechnungen, Simulationen oder Messungen gebildet werden. Somit kann das ganzheitliche Simulationsmodell über den gesamten Entwicklungszeitraum eines Systems verwendet und angepasst werden.

Bartel et al. (2010) beschreiben die Simulation einer aktiven Isolationsplattform unter Verwendung des gleichen Ansatzes. Grundlage für die Datengewinnung für das Si-

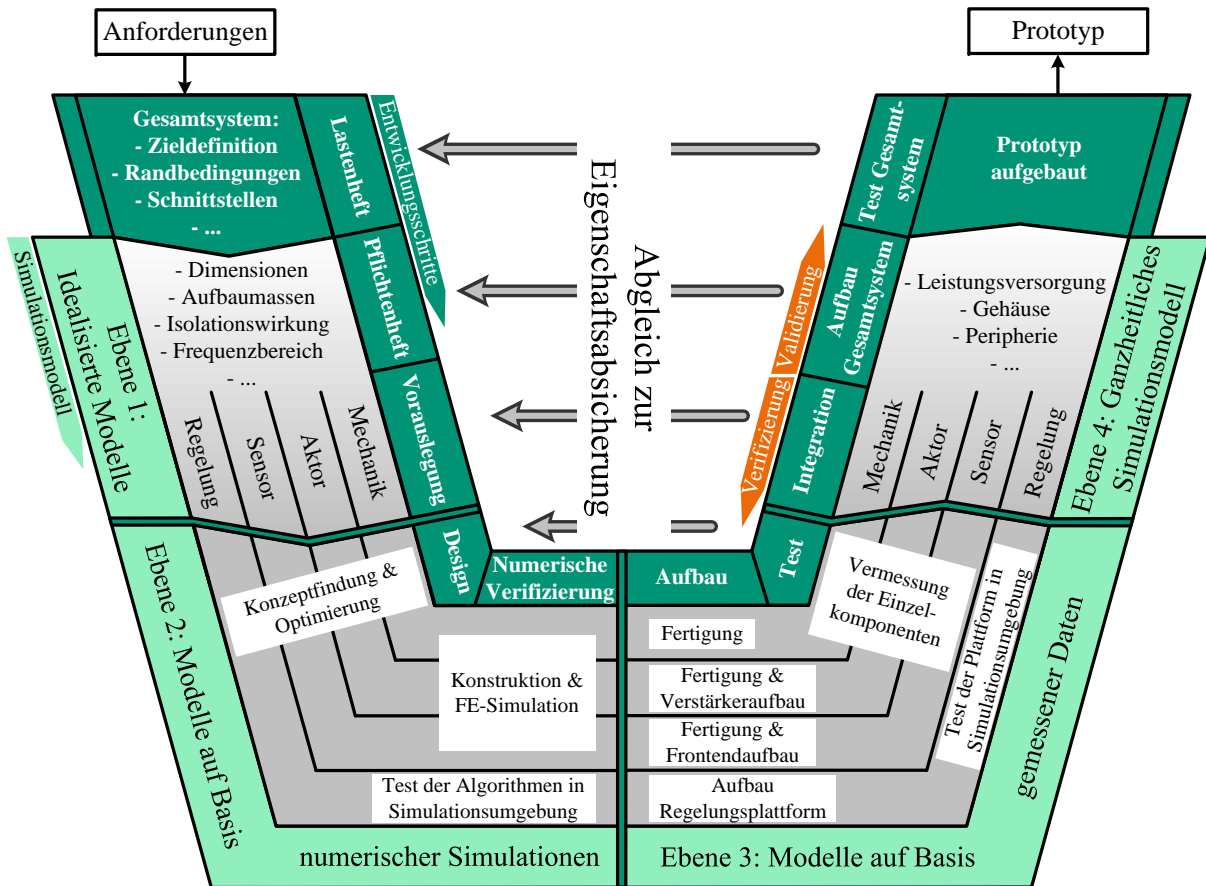


Abbildung 4.4: Ausführliches V-Modell zur Entwicklung einer aktiven Isolationsplattform

Simulationsmodell bilden dabei analytische Beschreibungen, numerische Simulationen und Messdaten. Den gesamten Ablauf bis hin zu einer prototypischen Umsetzung einer Isolationsplattform zeigt Bartel et al. (2012). Dabei wird der Nutzen des Simulationsansatzes anhand der Einsatzmöglichkeiten in den unterschiedlichen Entwicklungsphasen dargestellt.

Aus den beschriebenen Methoden und Ansätzen kann ein ausführliches V-Modell zur Entwicklung einer aktiven Isolationsplattform gemäß Abbildung 4.4 aufgestellt werden. Eingang in das Modell sind allgemeine Anforderungen an eine Isolationsplattform. Das Ziel ist eine prototypische Systemumsetzung. Zu Beginn der Entwicklung wird das ganzheitliche System betrachtet. Auf Basis des aus dem Lastenheft abgeleiteten Pflichtenhefts werden Vorgaben für die Auslegung der einzelnen Komponenten ermittelt. Die Schritte zur Entwicklung der einzelnen Komponenten, von der Vorauslegung bis zur abschließenden Verifizierung der Vorgaben, bilden den Kern des Modells. Angelehnt an Boehm (1979) wächst das Simulationsmodell auf Basis von Detaillierungsebenen während des Entwicklungsprozesses mit. Während der Test- und Integrationsphase werden die Systemeigenschaften mit Blick auf die Vorauslegung und das Design verifiziert. Abschließend wird das aufgebaute Gesamtsystem getestet und über die Angaben aus dem Pflichtenheft und den Zielen aus dem Lastenheft validiert.

## 4.3 Detaillierungsebenen der Systemsimulation

Entsprechend des Entwicklungsprozesses des aktiven Gesamtsystems wird das zugehörige Simulationsmodell in unterschiedlichen Detaillierungsebenen aufgebaut. Diese Ebenen geben einen Eindruck über die jeweils verwendete Komplexität der Komponentenmodellierung. Der im Kapitel 2.4 vorgestellte Impedanz-Admittanz-Ansatz bildet dabei die Grundlage für das während des Entwicklungsverlaufs stetig anpassbare Simulationsmodell.

| <i>Ebene</i> | <i>Modellierung</i>  | <i>Nutzen</i>   |
|--------------|--|---|
| Ebene 1      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verwendung idealisierter Komponenten</li> <li>• Modellierung des zu isolierenden Systems als Starrkörper</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bestimmung prinzipieller Parameter: Steifigkeit, Dämpfung, Masse</li> <li>• Ermittlung notwendiger Aktorkräfte</li> <li>• Konzept der Regelungsstrategien</li> <li>• Bestimmung der notwendigen Sensorempfindlichkeit</li> </ul> |
| Ebene 2      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Austausch einzelner Komponenten durch Modelle basierend auf Finite-Elemente-Berechnungen</li> </ul>                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Virtueller Aufbau des Gesamtmodells basierend auf Finite-Elemente-Simulationsergebnissen</li> <li>• Schrittweise Berücksichtigung der elastischen Dynamik einzelner Komponenten</li> </ul>                                       |
| Ebene 3      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ersatz einzelner Komponenten durch Modelle basierend auf gemessenen Daten prototypischer Hardware</li> </ul>        | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ganzheitliche Systemsimulation basierend auf dem realen dynamischen Verhalten einzelner Komponenten</li> </ul>   |
| Ebene 4      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Vergleich des ganzheitlichen Simulationsmodells mit Messdaten</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Systematische Ermittlung von Optimierungsansätzen für zukünftige Auslegungsaufgaben</li> </ul>   |

Abbildung 4.5: Detaillierungsebenen des ganzheitlichen Simulationsmodells

Eine Einteilung der Detaillierungsebenen wird in Abbildung 4.5 gegeben. In der ersten Ebene werden ausschließlich idealisierte Komponenten verwendet, was die Bestimmung prinzipieller Parameter, Kräfte und Sensorgrößen sowie die Konzeptionierung der Regelungsstrategie ermöglicht. In der zweiten Ebene werden die idealen Komponenten durch Modelle ersetzt, welche auf numerischen Daten basieren. Dadurch können elastische Effekte einzelner Komponenten berücksichtigt werden. Liegen erste Messergebnisse vor, können diese in Ebene 3 in die Systemsimulation integriert werden. Somit wird die Qualität der Simulation weiter verbessert. In der letzten Ebene resultiert daraus ein Modell, welches nahezu ausschließlich auf gemessenen Daten aufbaut und zur Optimierung zukünftiger Auslegungsaufgaben verwendet oder mit Messergebnissen abgeglichen werden kann.

## 4.4 Zusammenfassung und Fazit zur Entwicklungsmethodik und zur Systemsimulation

In diesem Kapitel wird das V-Modell, welches bereits zur Entwicklung mechatronischer Systeme nach VDI-Richtlinie 2206 vorgeschlagen wird, als grundlegende Entwicklungsmethodik der piezoelektrischen Isolationsplattform verwendet und anwendungsspezifisch genauer ausgeführt. In der Methodik sind die Entwicklungsschritte der einzelnen Komponenten der Isolationsplattform, wie sie in diesem Kapitel kurz vorgestellt werden, aufgeführt. Zudem werden die Detaillierungsebenen einer entwicklungsbegleitenden Simulationsumgebung beschrieben. Der Einsatz einer flexiblen Simulationemethode, basierend auf einer Admittanz-Impedanz-Beschreibung, ermöglicht den Einsatz des Modells während des gesamten Entwicklungsprozesses.

Somit wird in diesem Kapitel die Methodik vorgestellt, die zur effizienten Entwicklung einer piezoelektrischen Isolationsplattform verwendet wird. Die Methodik stellt den Hintergrund der folgenden Kapitel dar.

## 5 Gelagerte Struktur

In diesem Kapitel wird die Modellierung der gelagerten Struktur beschrieben. Als Beispiel wird dazu das Verhalten einer elastischen Platte verwendet. Die Beschreibung ist dennoch allgemein und kann auf beliebige Aufbauten übertragen werden. Entsprechend der Erläuterung aus Kapitel 4.3 wird die gelagerte Struktur in unterschiedlichen Detaillierungsebenen beschrieben und modelliert.

In der ersten Detaillierungsebene, gemäß der Definition des Simulationsmodells, wird die gelagerte Platte als Starrkörper beschrieben. Basierend auf den Ergebnissen einer Finite-Elemente-Analyse wird das Modell in der Folge durch die elastischen Eigenschaften ergänzt und abschließend durch an der realen Platte gemessene Eigenschaften angepasst.

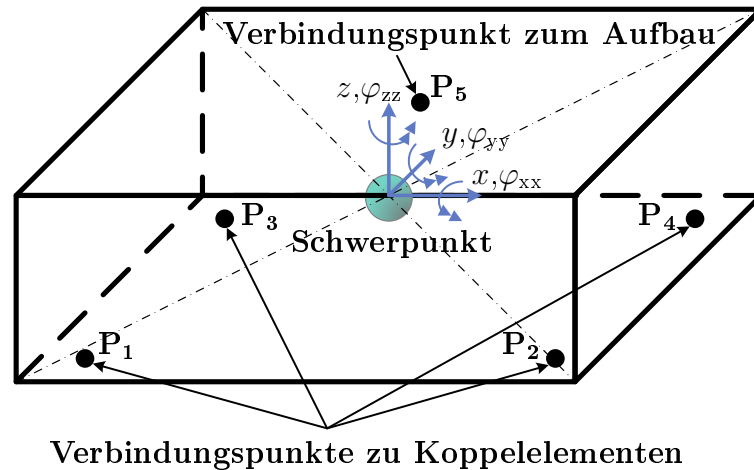


Abbildung 5.1: Schema der gelagerten Platte

Der Starrkörper besitzt sechs Freiheitsgrade, welche in drei translatorische Freiheitsgrade in  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Richtung sowie drei rotatorische Freiheitsgrade in  $\varphi_{xx}$ -,  $\varphi_{yy}$ - und  $\varphi_{zz}$ -Richtung unterschieden werden. Die Freiheitsgrade beziehen sich auf den Schwerpunkt des Körpers. Sein dynamisches Verhalten ist gegeben durch seinen Trägheitstensor  $\underline{M}$ , bestehend aus seiner Masse  $m$  und seinen Drehträgheitstensor  $\underline{\Theta}$ . Zur Einleitung der Kräfte und Ausgabe der Geschwindigkeiten werden fünf Kopplungspunkte am Starrkörper definiert.  $P_1$  bis  $P_4$  entsprechen den Lagerpunkten der Platte, wohingegen  $P_5$  die Kopplung zu einer zusätzlichen Aufbaustruktur oder einer Zusatzlast ermöglicht.

Das elastische Verhalten der Platte wird über eine modale Synthese für die entsprechenden Kopplungspunkte berechnet. Die notwendigen modalen Informationen können sowohl numerisch als auch messtechnisch ermittelt werden.

## 5.1 Starrkörperformulierung der gelagerten Struktur

Die Annahme, dass sich eine gelagerte Struktur wie ein Starrkörper verhält, kann bis zu einem bestimmten Frequenzbereich annähernd getätigt werden. Der Vorteil bei der Modellierung als Starrkörper liegt in der bestimmten Korrelation zwischen der Bewegung des Schwerpunktes des Starrkörpers am Punkt S und jedem beliebigen Punkt auf dem Starrkörper  $P_n$ . Abbildung 5.2 zeigt diese geometrische Beziehung zwischen dem Schwerpunkt und einem beliebigen Punkt auf dem Körper mit dem geometrischen Versatzvektor  $\vec{\delta}_{SP_n}$ .

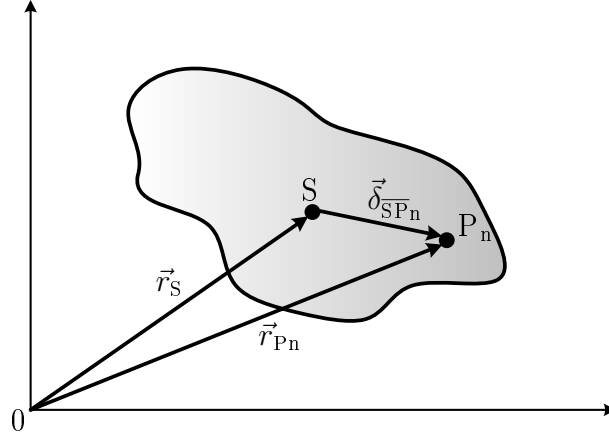


Abbildung 5.2: Geometrische Beziehungen des Starrkörpers

Zur Verwendung des Modellierungsansatzes wie er in Kapitel 2.4 beschrieben ist, werden die Geschwindigkeiten an den Kopplungspunkten benötigt, welche als Reaktion auf eine darauf wirkende Kraft hervorgerufen werden. Basierend auf den geometrischen Beziehungen aus Abbildung 2.4 kann der dreidimensionale Geschwindigkeitsvektor des Punktes  $P_n$  über

$$\vec{v}_{P_n} = \vec{v}_S + \vec{\omega}_S \times \vec{\delta}_{SP_n} \quad (5.1)$$

bestimmt werden. Somit ist die Geschwindigkeit jedes beliebigen Punktes über die translatorische und rotatorische Geschwindigkeit des Schwerpunktes bestimmt.

Kräfte, die an beliebigen Punkten des Starrkörpers wirken, können analog über das Gleichgewicht der Kräfte und Momente über

$$\vec{f}_S = \sum \vec{f}_{P_n} \quad (5.2)$$

$$\vec{m}_S = \sum \vec{\delta}_{SP_n} \times \vec{f}_{P_n} \quad (5.3)$$

auf den Schwerpunkt bezogen werden.

Das dynamische Verhalten des gelagerten Körpers ist sowohl abhängig von den dynamischen Parametern und der geometrischen Anordnung der Lagerstellen als auch von seinem Trägheitstensor. Während der Trägheitstensor direkt berechnet und angegeben werden kann, werden die Lagerstellen in Form von Kopplungspunkten auf dem Starrkörper berücksichtigt. Über die Gleichungen 5.1, 5.2 und 5.3 können Transfermatrizen für die Geschwindigkeiten  $\underline{T}^{(v)}$  und für die Kräfte  $\underline{T}^{(f)}$  abgeleitet werden. Der Geschwindigkeits-



vektor des Schwerpunktes kann über

$$\underline{T}^{(v)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & & 0 & 0 & 1 \\ \vec{e}_x^T \times \vec{\delta}_{\overline{\text{SP}}_1} & & & & \vec{e}_x^T \times \vec{\delta}_{\overline{\text{SP}}_n} & & \\ \vec{e}_y^T \times \vec{\delta}_{\overline{\text{SP}}_1} & & \dots & & \vec{e}_y^T \times \vec{\delta}_{\overline{\text{SP}}_n} & & \\ \vec{e}_z^T \times \vec{\delta}_{\overline{\text{SP}}_1} & & & & \vec{e}_z^T \times \vec{\delta}_{\overline{\text{SP}}_n} & & \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

in die Geschwindigkeitsvektoren der Kopplungspunkte transformiert werden. Entsprechend können die Kräfte und Momente, welche an den Kopplungspunkten wirken über

$$\underline{T}^{(f)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & & & & \\ 0 & 1 & 0 & \vec{e}_x \times \vec{\delta}_{\overline{\text{SP}}_1} & \vec{e}_y \times \vec{\delta}_{\overline{\text{SP}}_1} & \vec{e}_z \times \vec{\delta}_{\overline{\text{SP}}_1} & \\ 0 & 0 & 1 & & & & \\ & & & \dots & & & \\ 1 & 0 & 0 & & & & \\ 0 & 1 & 0 & \vec{e}_x \times \vec{\delta}_{\overline{\text{SP}}_n} & \vec{e}_y \times \vec{\delta}_{\overline{\text{SP}}_n} & \vec{e}_z \times \vec{\delta}_{\overline{\text{SP}}_n} & \\ 0 & 0 & 1 & & & & \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

auf den Schwerpunkt bezogen werden.

Die Bewegungsgleichung eines Starrkörpers besteht lediglich aus den Termen, welche seine Trägheitseigenschaften beinhalten. Der Trägheitstensor  $\underline{M}$

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Theta_{xx} & \Theta_{xy} & \Theta_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & \Theta_{yx} & \Theta_{yy} & \Theta_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & \Theta_{zx} & \Theta_{zy} & \Theta_{zz} \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \begin{aligned} \Theta_{xy} &= \Theta_{yx} \\ \Theta_{xz} &= \Theta_{zx} \\ \Theta_{zy} &= \Theta_{yz} \end{aligned} \quad (5.6)$$

besteht aus der Masse und den Massenträgheitsmomenten des Körpers. Liegt das Koordinatensystem des Starrkörpers in seinen Symmetrieachsen, wie z. B. in Abbildung 5.1 dargestellt, ergeben sich die Deviationsmomente  $\Theta_{xy}$ ,  $\Theta_{xz}$  und  $\Theta_{yz}$  zu Null.

Die Bewegungsgleichung des Starrkörpers wird abschließend in die Zustandsraumdarstellung

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \vec{\dot{q}}_s \\ \vec{\dot{q}}_n \end{bmatrix} &= \underline{\mathbf{A}} \cdot \begin{bmatrix} \vec{q}_s \\ \vec{q}_n \end{bmatrix} + \underline{\mathbf{B}} \cdot \begin{bmatrix} \vec{f}_{P_n} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \vec{\dot{q}}_{P_n} \end{bmatrix} &= \underline{\mathbf{C}} \cdot \begin{bmatrix} \vec{q}_s \\ \vec{q}_n \end{bmatrix} + \underline{\mathbf{D}} \cdot \begin{bmatrix} \vec{f}_{P_n} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.7)$$

mit dem Kraftvektor an den Kopplungspunkten  $\vec{f}_{P_n}$  als Eingang und dem entsprechenden Geschwindigkeitsvektor  $\vec{\dot{q}}_{P_n}$  als Ausgang umgeformt. Die berechneten Zustände sind der Verschiebungs- und der Geschwindigkeitsvektor des Starrkörpers:  $\vec{q}_s$  bzw.  $\vec{\dot{q}}_s$ .

Die vier Zustandsraummatrizen  $\underline{\mathbf{A}}$ ,  $\underline{\mathbf{B}}$ ,  $\underline{\mathbf{C}}$  und  $\underline{\mathbf{D}}$  können mit der Gleichung 5.6 für den Trägheitstensor sowie mit den Gleichungen 5.4 und 5.5 für die Translationsmatrizen

entsprechend

$$\begin{aligned}
\underline{\mathbf{A}} &= \left[ \begin{array}{c|c} \underline{\mathbf{0}}_{(6,6)} & \underline{\mathbf{I}}_{(6,6)} \\ \hline \underline{\mathbf{0}}_{(6,6)} & \underline{\mathbf{0}}_{(6,6)} \end{array} \right] \\
\underline{\mathbf{B}} &= \left[ \begin{array}{c} \underline{\mathbf{M}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{T}}^{(f)} \\ \hline \underline{\mathbf{0}}_{(6,3-n)} \end{array} \right] \\
\underline{\mathbf{C}} &= \left[ \begin{array}{c|c} \underline{\mathbf{T}}^{(v)} & \underline{\mathbf{0}}_{(3-n,6)} \end{array} \right] \\
\underline{\mathbf{D}} &= \left[ \begin{array}{c} \underline{\mathbf{0}}_{(3-n,3-n)} \end{array} \right]
\end{aligned} \tag{5.8}$$

aufgestellt werden. Wie zu sehen ist, beschreibt die Eingangsmatrix den Effekt der transformierten Kräfte an den Kopplungspunkten auf die Beschleunigung des Schwerpunktes, welcher durch seinen Trägheitstensor abgebildet ist. Die Ausgangsmatrix beinhaltet die Überführung der Dynamik des Schwerpunktes in die Geschwindigkeiten an den Kopplungspunkten.

Die dargestellte Formulierung ermöglicht die dynamische Simulation der gelagerten Platte unter Berücksichtigung aller sechs Starrkörperfreiheitsgrade.

## 5.2 Elastische Formulierung der gelagerten Struktur

Die vereinfachte Betrachtung eines Starrkörpers gibt lediglich in einem bestimmten Frequenzbereich das Schwingungsverhalten einer Struktur annähernd wieder. Ab einer bestimmten Frequenz sind zusätzlich die elastische Schwingformen des Körper, also Biege- und Torsionsschwingungen, zu berücksichtigen. Auch wenn der Einsatzbereich der Struktur unterhalb seiner elastischen Schwingformen liegt, können diese einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf das gewählte Regelkonzept besitzen. Aufbauend auf der Nutzung des Starrkörpermodells zur Ermittlung genereller Systemparameter wird daher in diesem Kapitel die Erweiterung des Modells durch die Integration des elastischen Verhaltens des Aufbaus beschrieben.

Modelle für elastische Strukturen können auf unterschiedlichen Wegen abgeleitet werden, wie eine analytische Beschreibung, eine Approximation gemessener Übertragungsfunktionen, die Reduktion von Finite-Elemente-Matrizen oder aus Daten einer experimentellen oder numerischen Modalanalyse.

Messtechnisch ermittelte Daten bieten eine hohe Genauigkeit, da sie von der eigentlichen Struktur herkommen. In einer Entwicklungsebene vor der häufig kostspieligen Erstellung eines ersten Prototyps können noch keine Messungen durchgeführt werden. In diesem Stadium können Daten aus Finite-Elemente-Modellen oder analytischen Berechnungen Verwendung finden. Aufgrund der Komplexität der meisten Strukturen ist eine Finite-Elemente-Analyse normalerweise die geeignetere und genauere Alternative.

Besonders die Modellbildung aus modalen Strukturdaten bietet die Möglichkeit einer flexiblen Anpassung des Modells. Das Modell kann in unterschiedlichen Detaillierungsebenen der Systemsimulation angewendet werden und wird lediglich durch neue Daten modifiziert. In diesem Kapitel wird zunächst der Aufbau der modalen Modelle beschrieben. Im Anschluss daran werden Modelle einer Lochrasterplatte, basierend auf einer Finite-Elemente-Analyse und auf Daten aus einer experimentellen Modalanalyse (EMA), verglichen. In beiden Fällen werden die geometrischen Modelle auf die relevanten Freiheitsgrade reduziert. Diese sind die in Abbildung 5.1 des vorherigen Abschnitts erwähnten

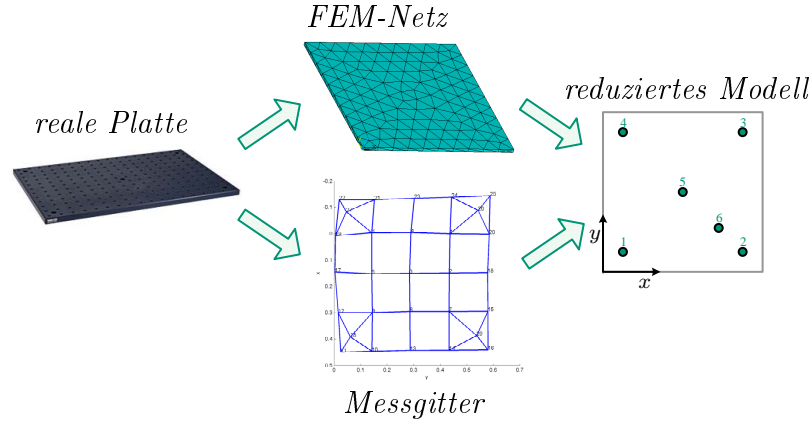


Abbildung 5.3: Ableitung eines reduzierten Modells

Kopplungspunkte zu den Lagern ( $P_1$  bis  $P_4$ ) und der Kopplungspunkt zum Aufbau in der Plattenmitte ( $P_5$ ). Zusätzlich wird noch ein Referenzpunkt  $P_6$  eingefügt, an dem alle Moden bis zu einer bestimmten Frequenz angeregt und beobachtet werden können. Auf Basis der modalen Daten wird ein Zustandsraummodell abgeleitet.

Dieses Kapitel soll einen Überblick über die verwendete Theorie der modalen Synthese und der darauf basierenden Ableitung eines Zustandsraummodells geben. Beides wird z. B. durch Herold (2003) beschrieben. Unter der Annahme der Existenz von Caughey-Dämpfung kann die physikalische Schwingungsantwort  $\vec{q}(t)$  aller Freiheitsgrade eines Systems durch die Superposition aller Zeitfunktionen der einzelnen Eigenformen  $\vec{p}(t)$  des modal entkoppelten Systems und der zugehörigen Eigenvektoren  $\phi_i$  gemäß

$$\vec{q}(t) = \sum_{i=1}^n \vec{\phi}_i \vec{p}_i(t) = \underline{\Phi} \vec{p}(t) \quad (5.9)$$

bestimmt werden. Dabei entspricht  $\underline{\Phi}$  der Modalmatrix des Systems und  $p(t)$  dem Vektor aller Zeitfunktionen der einzelnen Eigenformen. Aus dem normalisierten System von Differentialbewegungsgleichungen im Zeitbereich

$$\underline{\Phi}^T \underline{M} \underline{\Phi} \ddot{\vec{p}}(t) + \underline{\Phi}^T \underline{D} \underline{\Phi} \dot{\vec{p}}(t) + \underline{\Phi}^T \underline{K} \underline{\Phi} \vec{p}(t) = \underline{\Phi}^T \vec{f}(t) \quad (5.10)$$

mit

$$\underline{\Phi}^T \underline{M} \underline{\Phi} = \underline{I} \quad (5.11)$$

$$\underline{\Phi}^T \underline{K} \underline{\Phi} = \text{diag}(\omega_{0i}^2) \quad (5.12)$$

$$\underline{\Phi}^T \underline{D} \underline{\Phi} = \underline{\Phi}^T (\alpha \underline{M} + \gamma \underline{K}) \underline{\Phi} = \text{diag}(2 \vartheta_i \omega_{0i}) \quad (5.13)$$

kann über eine Laplace-Transformation

$$(\underline{\Phi}^T \underline{M} \underline{\Phi} s^2 + \underline{\Phi}^T \underline{D} \underline{\Phi} s + \underline{\Phi}^T \underline{K} \underline{\Phi}) \vec{P}(s) = \underline{\Phi}^T \vec{F}(s) \quad (5.14)$$

das Systemverhalten im Frequenzbereich abgeleitet werden. Durch Einsetzen von Glei-

chung 5.14 in Gleichung 5.9 folgt schließlich

$$\frac{Q_l(s)}{F_k(s)} = G_{kl}(s) = \sum_{i=1}^n \frac{\vec{\phi}_{li} \vec{\phi}_{ki}^T}{s^2 + 2 \vartheta_i \omega_{0i} s + \omega_{0i}^2}. \quad (5.15)$$

$G_{lk}(s)$  entspricht der synthetisierten Übertragungsfunktion von Punkt  $k$  zu Punkt  $l$  eines Systems mit  $n$  Eigenmoden. Die Zusammenfassung von  $G_{kl}(s)$  für alle Freiheitsgrade in einer Matrix führt auf die Übertragungsmatrix  $\underline{G}(s)$ , welche die Beschreibung des vollständigen Systems beinhaltet.

Zur Integration in die Systemsimulation wird aus Gleichung 5.10 das Zustandsraummodell

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \vec{p}(t) \\ \vec{\dot{p}}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{0}} & \underline{\mathbf{I}} \\ -\text{diag}(\omega_{0i}^2) & -\text{diag}(2 \vartheta_i \omega_{0i}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{p}(t) \\ \vec{\dot{p}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\Phi}^T \\ \underline{\mathbf{0}} \end{bmatrix} \left[ \vec{f}_{\text{Pn}}(t) \right] \\ \left[ \vec{q}_{\text{Pn}}(t) \right] &= \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{0}} & \underline{\Phi}^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{p}(t) \\ \vec{\dot{p}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{0}} \end{bmatrix} \left[ \vec{f}_{\text{Pn}}(t) \right] \end{aligned} \quad (5.16)$$

abgeleitet, welches eine vollständige Beschreibung der modalen Beziehungen zwischen allen reduzierten Punkten der elastischen Platte enthält. Um das angegebene Zustandsraummodell zu implementieren, wird im folgenden Abschnitt ein Beispiel zur Ermittlung der Eigenfrequenzen  $\omega_{0i}$ , der modalen Dämpfung  $\vartheta_i$  und der Eigenvektoren  $\vec{\phi}_i$  aller zu berücksichtigenden Moden vorgestellt.

### 5.3 Beispiel: Numerische und experimentelle Modellbildung einer Lochrasterplatte

Das vorgestellte Vorgehen wird in diesem Abschnitt exemplarisch zur Erzeugung eines Simulationsmodells einer realen Lochrasterplatte angewendet. Dabei wird ausschließlich die Dynamik in vertikaler Richtung, also in  $z$ -,  $\varphi_{xx}$ - und  $\varphi_{yy}$ -Richtung, betrachtet.

Für das Zustandsraummodell des Starrkörpers gemäß Gleichung 5.7 werden über die geometrischen Abmessungen der Platte, der Position der Kopplungspunkte und der Plattenmasse die notwendigen analytischen Parameter berechnet. Zur Erzeugung des Zustandsraummodells auf Basis numerischer Daten wird die elastische Platte ohne Randbedingungen in einem Finite-Elemente-Programm aufgebaut. Durch eine modale Analyse werden die Eigenfrequenzen und die Eigenmatrix der elastischen Eigenmoden bis 1.000 Hz berechnet. Die Eigenmatrix  $\underline{\Phi}$  wird auf die Freiheitsgrade an den Punkten gemäß Abbildung 5.1 reduziert. Dies geschieht durch Vernachlässigung der Einträge aller nicht relevanten Freiheitsgrade. Bei der alternativen Durchführung einer experimentellen Modalanalyse zur Bestimmung der modalen Parameter wird die reale Platte flexibel aufgehängt und durch einen elektrodynamischen Erreger angeregt. Mittels Kraftsensor und Laservibrometer werden die Übertragungsfunktionen vom Anregungspunkt zu den Geschwindigkeiten an den einzelnen Plattenpunkten bestimmt. Zur modalen Analyse wird der PolyMAX-Algorithmus entsprechend Peeters et al. (2004) verwendet.

Die ermittelten Eigenfrequenzen der ersten 11 Moden aus numerischer Berechnung und experimenteller Analyse sind in Tabelle 5.1 vergleichend zusammengefasst.

| Mode Nr.                              | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | 11  |
|---------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Eigenfrequenz [Hz]<br>num. Berechnung | 114 | 167 | 216 | 298 | 298 | 541 | 546 | 596 | 681 | 910 | 910 |
| Eigenfrequenz [Hz]<br>exp. Analyse    | 114 | 171 | 211 | 295 | 296 | 531 | 537 | 594 | 655 | 886 | 891 |

Tabelle 5.1: Vergleich zwischen Moden basierend auf einer numerischen Berechnung und einer experimentellen Analyse

Mit den Eigenfrequenzen, den modalen Dämpfungsgraden und der reduzierten Eigenmatrix sind alle notwendigen Daten zur Aufstellung des Zustandsraummodells gemäß Gleichung 5.16 gegeben. Das erzeugte elastische Zustandsraummodell wird mit einem Zustandsraummodell der Starrkörperdynamik superponiert und in einer Systemsimulation mit vier passiven Federelementen mit definierter Steifigkeit verbunden. Das Simulationsmodell entspricht dem realen Aufbau einer gelagerten Lochrasterplatte aus Abbildung 5.4.



Abbildung 5.4: Auf passiven Federelementen gelagerte Platte

Zum Vergleich des Simulationmodells mit der realen Systemdynamik werden an sechs Plattenpunkten die Admittanzverläufe messtechnisch und durch Simulationen bestimmt. Die Plattenpunkte entsprechen den vier Lagerpunkten, dem Plattenmittelpunkt und dem Anregungspunkt aus der EMA, an dem alle Moden angeregt werden können.

In Abbildung 5.5 werden die Admittanzverläufe der unterschiedlichen Punkte verglichen. Während im unteren Frequenzbereich der simulierte Verlauf den gemessenen gut abbildet, kommt es im oberen Frequenzbereich zu Abweichungen. Diese sind durch die Vernachlässigung höherer Moden zu erklären, deren residualer Einfluss sich auch auf den darunter liegenden Frequenzbereich auswirkt. Der simulierte Verlauf könnte somit durch die Berücksichtigung von Moden oberhalb von 1.000 Hz verbessert werden. Der Einfluss von Residualmoden wird u. a. von Herold (2003) beschrieben. Die Mess- und Simulationsergebnisse der Starrkörpermoden werden in Abbildung 5.6 miteinander verglichen.

Auch im Vergleich der Starrkörpermoden ist eine gute Übereinstimmung zu erkennen. In Abbildung 5.6 (b) ist eine in ihrer Amplitude geringere Starrkörpermode zu erkennen, welche ausschließlich in den Messergebnissen auftritt. Diese kann durch die Vernachlässigung der horizontalen Schwingungsdynamik erklärt werden. Dabei muss es sich folglich um eine translatorische Verschiebung in x- oder y-Richtung oder um eine Rotation um

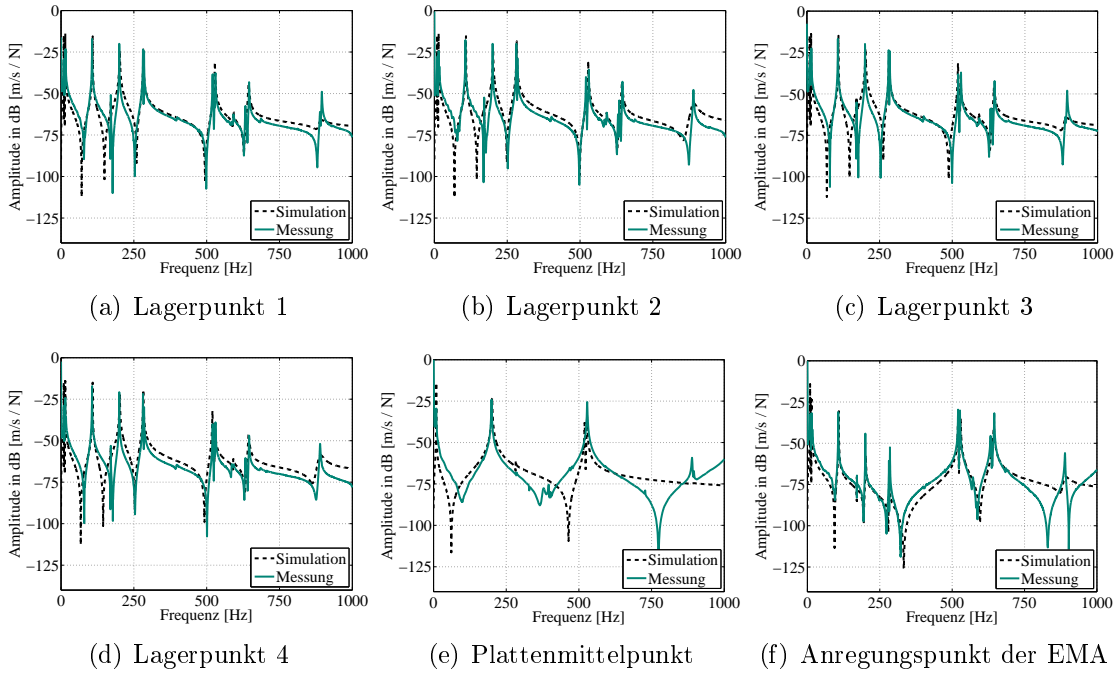


Abbildung 5.5: Simulierte und gemessene Admittanzverläufe von Plattenpunkten in z-Richtung

die vertikale Achse handeln, da die korrespondierenden Raumrichtungen bei der Modellierung nicht berücksichtigt sind. Die abweichende Überhöhung der gemessenen Amplitude im Bereich um 0 Hz ist ausschließlich auf das Messverhalten der verwendeten dynamischen Sensoren zurückzuführen, die für diesen Frequenzbereich nicht geeignet sind.

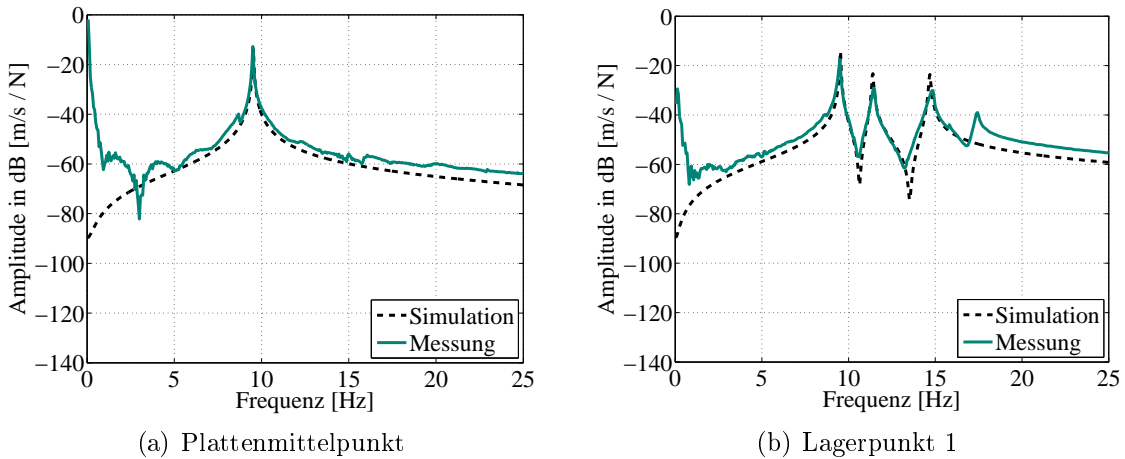


Abbildung 5.6: Simulierte und gemessene Admittanzverläufe von Plattenpunkten in z-Richtung bis 25 Hz

## 5.4 Zusammenfassung und Fazit zur Auslegung der gelagerten Struktur

In diesem Kapitel wird beschrieben, wie das dynamische Verhalten einer gelagerten Struktur in den unterschiedlichen Detaillierungsebenen des Simulationsmodells berücksichtigt werden kann.

Eine einfache analytische Beschreibung basiert auf der Starrkörpermechanik. Über Transformationsbeziehungen können Kräfte und Geschwindigkeiten an beliebigen Kopplungspunkten auf den Schwerpunkt des Starrkörpers bezogen werden. Zusammen mit dem Trägheitstensor kann über diese Transformationsbeziehungen ein Zustandsraummodell des Starrkörpers aufgestellt werden, welches in die Systemsimulation integriert werden kann.

In der Folge wird ein Verfahren vorgestellt, welches auf Ergebnissen einer numerischen oder experimentellen Modalanalyse aufbaut. Basierend auf modalen Daten kann ein Zustandsraummodell abgeleitet werden, welches die elastische Dynamik des Aufbaus beinhaltet.

Über das vorgestellte Vorgehen kann ein Modell des Aufbaus sowohl zur Vorauslegung grundsätzlicher Parameter als auch zur Integration in die Systemsimulation in späteren Entwicklungsphasen aufgestellt werden. Damit kann ein realitätsnäheres Verhalten des Aufbaus berücksichtigt werden, welches die Aussagekraft des Gesamtmodells der Isolationsplattform erhöht.





## 6 Piezoelektrischer Bimorphaktor

Dieses Kapitel stellt die Auslegung des aktorischen Teils der funktionsintegrierten Lagerung dar. Der piezoelektrische Bimorph wird dabei in mehreren Entwicklungsschritten dimensioniert, aufgebaut und in die Simulationsumgebung integriert. Das Ablaufdiagramm in Abbildung 6.1 gibt einen Überblick über die einzelnen Entwicklungsschritte und deren Zuordnung zur jeweiligen Detaillierungsebene des Simulationsmodells. Auf Basis der ersten Vorauslegung eines Gesamtsystems wird im ersten Entwicklungsschritt ein Pflichtenheft für die Auslegung des piezoelektrischen Bimorphaktors erstellt. Festzulegen sind

| <i>Entwicklungsschritt</i>                     | <i>Inhalt des Entwicklungsschrittes</i>  |
|--|--|
| Erstellung Pflichtenheft (Ebene 1)             | Simulationsgestützte Definition von Zielparametern: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Maximale Abmessungen</li> <li>• Blockierkraft</li> <li>• Steifigkeit oder 1. Eigenfrequenz (Aufbaumasse notwendig)</li> <li>• Freier Hub</li> <li>• 2. Eigenfrequenz</li> </ul>           |
| Analytische Auslegung (Ebene 1)                | Optimierung der Lagerung über freie Parameter: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dimensionen Biegefeder und Piezoaktor</li> <li>• Einseitige oder beidseitige Einspannung</li> <li>• Rechteckige oder dreieckige (dehnungsoptimierte) Feder</li> </ul>                          |
| Konstruktive Umsetzung (Ebene 2)               | Realisierung: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Konstruktive Anpassung der analytischen Daten</li> <li>• Erstellung einer konkreten Konstruktion</li> </ul>   |
| Numerische Verifizierung (Ebene 2)             | Überprüfung und Ableitung von Modellierungsparametern: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ggf. Überprüfung der Erreichung der Zielparameter</li> <li>• Ableitung der zur Einbindung in die Systemmodellierung notwendigen Daten: Blockierkraftverlauf und Eigenformen</li> </ul> |
| Einbindung in die Systemmodellierung (Ebene 2) | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Erzeugung eines Zustandsraummodelles der Lagerdynamik basierend auf numerischen Daten</li> <li>• Integration des simulierten Blockierkraftverlaufs über Filteradaption</li> </ul>   |
| Aufbau und Vermessung (Ebene 3)                | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ggf. Umsetzung von Korrekturmaßnahmen</li> <li>• Fertigung des Lagerelementes</li> <li>• Vermessung des Lagerelementes: Blockierkraftverlauf und Frequenzbereich</li> </ul>   |

Abbildung 6.1: Schritte zur Entwicklung des piezoelektrischen Bimorphaktors

dabei die maximalen Abmessungen, die Blockierkraft, der Einsatzfrequenzbereich und die statische Steifigkeit des Bimorphaktors. Über die Masse des Aufbaus kann alternativ zur Steifigkeit die erste Eigenfrequenz angegeben werden. Der Einsatzfrequenzbereich wird durch die zweite Eigenfrequenz des Aktors begrenzt. Im Anschluss erfolgt die analytische Optimierung des Aktors, die im Kapitel 6.3 beschrieben wird. Nach der konstruktiven Umsetzung erfolgt die numerische Verifizierung der analytischen Auslegung. Auf Basis numerisch erzeugter Daten werden in der Folge die passive Lagerdynamik und das Blockierkraftverhalten in die Gesamtsystemsimulation integriert. Danach wird das Lager aufgebaut und vermessen. Im Anschluss kann das Simulationsmodell durch gemessene Daten angepasst werden.

## 6.1 Mögliche Bauweisen von Bimorphaktoren

Die Bauweise hat einen grundlegenden Einfluss auf die Auslegung von piezoelektrischen Bimorphaktoren. In Abbildung 6.2 sind die Bauweisen eines beidseitig und eines einseitig eingespannten Bimorphaktors mit möglichen Konstruktionsausführungen der Klemmung bzw. der elastischen Einspannung dargestellt. Eine kraft- oder differenzwegbedingte Verschiebung einer Seite der Bimorphaktoren erzeugt die dargestellten Biegelinien der Bimorphe und somit die daraus ableitbaren Dehnungsverläufe. Zur aktorischen Erzeugung einer äquivalenten Verschiebung der Einspannung muss die Applikation der Piezoelemente im beidseitig eingespannten Fall wechselseitig und im einseitig eingespannten Fall einseitig erfolgen. Die Bauweise des Bimorphaktors ist somit sowohl bei der konstruktiven Auslegung als auch beim Aufbau eines analytischen Modells zu berücksichtigen.

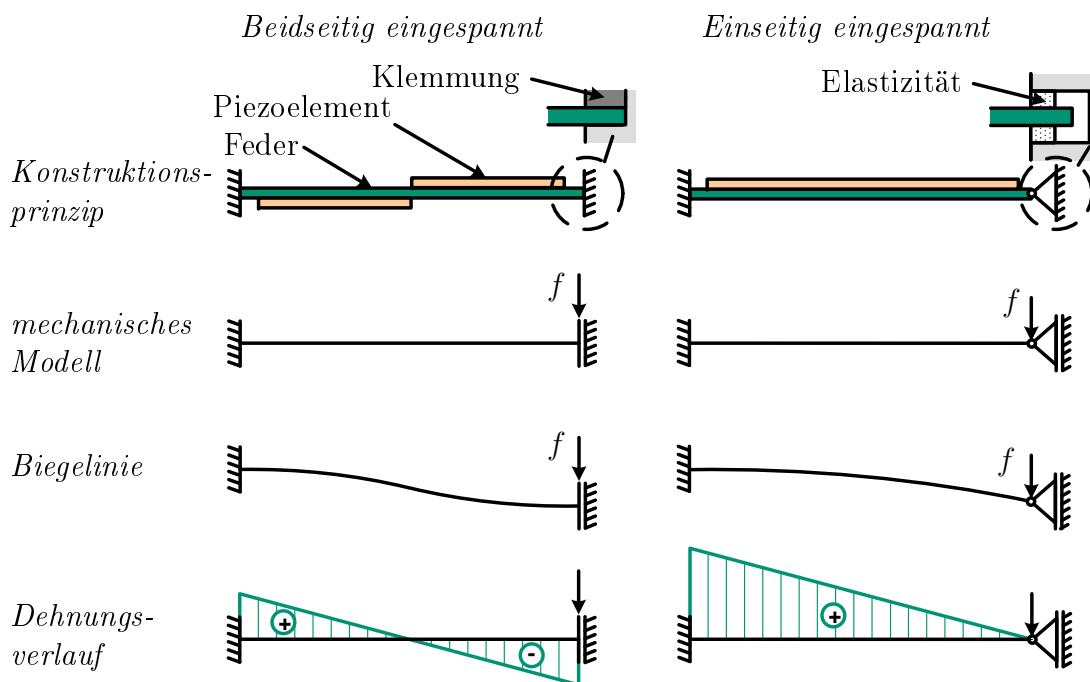


Abbildung 6.2: Konstruktionsprinzipien eines Bimorphaktors

## 6.2 Grundsätzliches Verhalten von piezoelektrischen Bimorphaktoren

Die Auslegungsgrößen des Bimorphaktors sind, wie einführend beschrieben, seine Blockierkraft, sein Einsatzfrequenzbereich und seine statische Steifigkeit bzw. erste Eigenfrequenz. Ausgehend von diesen Auslegungsgrößen sind zwei Verhaltensmerkmale des Aktors charakteristisch:

- Der Verlauf der Blockierkraft.
- Die erste und die zweite Eigenfrequenz des Aktors mit applizierter Aufbaumasse.

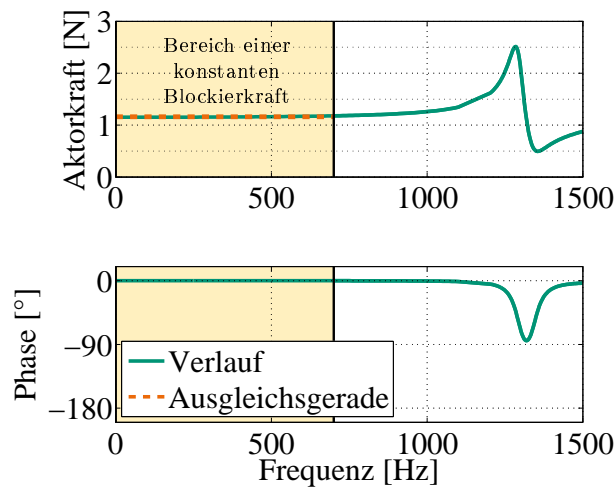


Abbildung 6.3: Blockierkraftverläufe

Das Prinzip der Blockierkraft ist in Kapitel 2.3 definiert. Bedingt durch die Bauweise des Bimorphaktors ist die erste aktorisch-angeregte Resonanzfrequenz im Vergleich zu anderen Aktoren relativ gering. Durch den Blockierkraftverlauf kann eine Aussage über den Frequenzbereich gegeben werden, in dem der Aktor bei einem konstanten Verhältnis zwischen Aktorspannung und Aktorkraft betrieben werden kann. Abbildung 6.3 zeigt exemplarisch den typischen Blockierkraftverlauf einer Bimorphlagerung. In diesem Beispiel kann der Blockierkraftverlauf zwischen 0 Hz und ca. 700 Hz durch eine Ausgleichsgerade annähernd beschrieben werden. Auch darüber hinaus kann der Aktor eingesetzt werden; allerdings weicht die Blockierkraft zunehmend von einem konstanten Verlauf ab. Bei einer Frequenz von ca. 1300 Hz liegt die erste aktorisch-angeregte Resonanz des Aktors. Zu beachten ist außerdem der Phasenversatz in der Nähe der Resonanz.

Die modalen Schwingungsformen des piezoelektrischen Bimorphs unterscheiden sich entsprechend der jeweiligen Bauweise des Aktors. In Abbildung 6.4 sind die ersten drei normierten Eigenvektoren eines einseitig und eines beidseitig eingespannten Bimorphs dargestellt. Während die erste Mode der gewünschten Verformung des Balkens im aktiven Betrieb entspricht (vergleiche Abbildung 6.2), begrenzt die zweite Schwingform in der Regel den Einsatzbereich des Aktors. In der zweiten Mode des zweiseitig eingespannten Aktors heben sich allerdings die durch die piezoelektrischen Elemente eingeleiteten Dehnungen auf, so dass diese Schwingungsform nur geringfügig angeregt wird. Ein ggf. eingeschränkter Betrieb des Aktors ist somit über die zweite Eigenfrequenz hinaus mög-

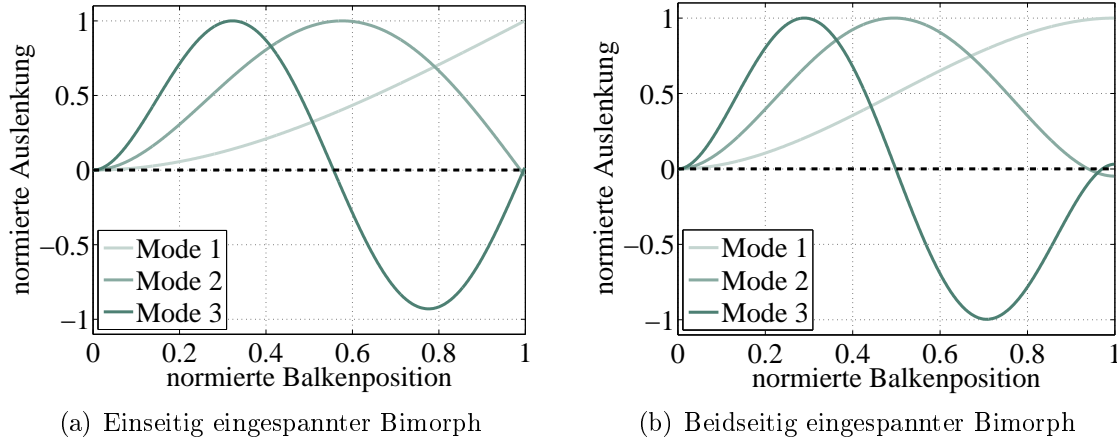


Abbildung 6.4: Eigenformen des Bimorphs

lich. Bei dem einseitig eingespannten Bimorph wird bereits die zweite Mode durch die piezoelektrischen Elemente angeregt.

### 6.3 Analytisches Modell des piezoelektrischen Bimorphaktors

Zur Erfüllung der Anforderungen, die an den piezoelektrischen Bimorph laut Pflichtenheft gestellt werden, müssen verschiedene geometrische Parameter entsprechend gewählt werden. Dabei treten vielseitige Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Parametern und den Zielgrößen auf. Ein analytisches Modell des Bimorphaktors besitzt somit Vorteile bezüglich einer Aktoroptimierung während des Vorauslegungsprozesses.

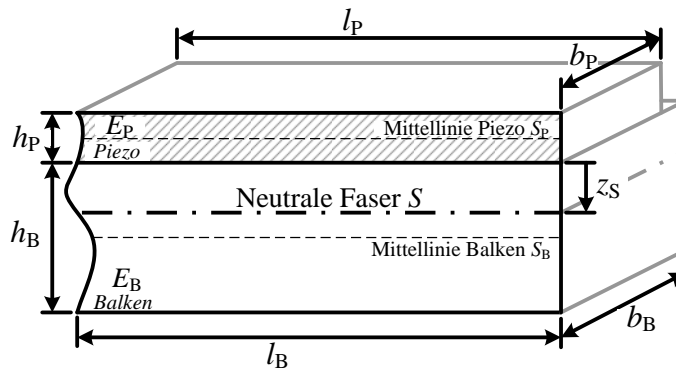


Abbildung 6.5: Parameter des piezoelektrischen Bimorphs

Zur Vorauslegung des Bimorphaktors wird ein analytisches Modell beider Konstruktionsprinzipien aufgebaut. Die Parametrisierung des Modells erfolgt entsprechend Abbildung 6.5.

Zur analytischen Auslegung wird über die resultierende Biegesteifigkeit des Komposits die translatorische Steifigkeit des Aktors berechnet. Die Aktorkraft wird durch die piezoelektrischen Biegemomente bestimmt. Unter Berücksichtigung der gelagerten Masse

wird durch eine analytische Modalanalyse des kontinuierlichen mechanischen Systems der Einsatzfrequenzbereich des Aktors, also seine erste und zweite Eigenfrequenz, bestimmt.

### 6.3.1 Berechnung der Biegesteifigkeit und der äquivalenten translatorischen Steifigkeit

Die Steifigkeit eines Lagers ist eine wichtige Auslegungsgröße. Bei Bimorphaktoren wird die Lagersteifigkeit maßgeblich durch die Biegesteifigkeit des Bimorphs bestimmt. Diese setzt sich aus der Kombination unterschiedlicher Werkstoffe mit den Elastizitätsmoduln des Grundbalkens  $E_B$  und des Piezoelements  $E_P$  zusammen. Zur Berechnung der Biegesteifigkeit des Komposits ist über das Verhältnis  $n_B$  bzw.  $n_P$  der verschiedenen E-Moduln

$$n_B^{(P)} = \frac{E_B}{E_P} \quad (6.1)$$

$$n_P^{(P)} = \frac{E_P}{E_P} = 1, \quad (6.2)$$

hier beispielhaft mit Bezug auf  $E_P$ , zunächst seine ideale Querschnittsfläche  $A_{id}$

$$A_{id} = A_P + n_B^{(P)} \cdot A_B \quad (6.3)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } A_P &= h_P \cdot b_P \\ A_B &= h_B \cdot b_B \end{aligned}$$

zu bestimmen. Die Lage der resultierenden Neutralen Faser in Abhängigkeit von der Null-Ebene des Verbunds ergibt sich zu

$$z_{\overline{S0}} = \frac{1}{A_{id}} \cdot \Delta z_{\overline{SP0}} \cdot A_P + n_B^{(P)} \cdot \Delta z_{\overline{SB0}} \cdot A_B \quad (6.4)$$

mit  $z_{\overline{SB0}}$  als Abstand der Mittellinie des Balkens und  $z_{\overline{SP0}}$  als Abstand der Mittellinie des Piezoelements zur Null-Ebene des Komposits. Über die einzelnen Flächenträgheitsmomente des Piezoelements  $I_{yy,P}$  und des Balkens  $I_{yy,B}$  sowie den Abstand der jeweiligen Mittellinien zur resultierenden Neutralen Faser sind die einzelnen resultierenden Flächenträgheitsmomente  $\tilde{I}_{yy,i}$  über

$$\tilde{I}_{yy,P} = I_{yy,P} + \Delta z_{\overline{SPS}}^2 \cdot A_P \quad (6.5)$$

$$\tilde{I}_{yy,B} = n_B^{(P)} \cdot (I_{yy,B} + \Delta z_{\overline{SB0}}^2 \cdot A_B) \quad (6.6)$$

zu bestimmen. Aus der Summe der einzelnen resultierenden Biegesteifigkeiten

$$EI_i = E_i \cdot \tilde{I}_{yy,i} \quad (6.7)$$

ergibt sich die Biegesteifigkeit des Komposits zu

$$EI_{ges} = \sum_i^i EI_i. \quad (6.8)$$

Auf Basis der Biegelinienfälle der Konstruktionsprinzipien wird die translatorische Steifigkeit

$$k = \frac{1}{w(l_B, f = 1)} \quad (6.9)$$

aus der Absenkung des freien Endes  $w(l_B)$  aufgrund einer Einheitskraft  $f = 1$  N berechnet. Abbildung 6.6 stellt das mechanische Modell der Biegelinienfälle dar.

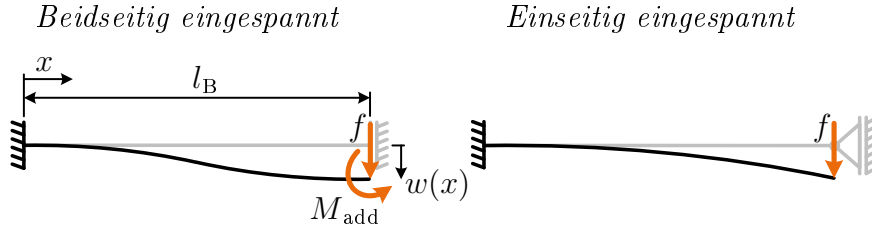


Abbildung 6.6: Mechanische Modelle zur Berechnung der Steifigkeit

Aus dem Verlauf der Biegelinie ergeben sich die Randbedingungen für den beidseitig eingespannten Fall zu

$$\begin{aligned} w(0) &= 0 \\ w'(0) &= 0 & EI_{\text{ges}} w''(l_B) &= M_{\text{add}} \\ w'(l_B) &= 0 & EI_{\text{ges}} w'''(l_B) &= f . \end{aligned} \quad (6.10)$$

Durch  $w'(l_B) = 0$  ist ein zusätzliches Biegemoment  $M_{\text{add}}$  zu berücksichtigen. Die Randbedingungen für den einseitig eingespannten Fall ergeben sich entsprechend zu

$$\begin{aligned} w(0) &= 0 & w''(l_B) &= 0 \\ w'(0) &= 0 & EI_{\text{ges}} w'''(l_B) &= f . \end{aligned} \quad (6.11)$$

Die Gleichungen zur Berechnung der Absenkung der freien Enden für die einzelnen Biegelinienfälle sind in einer Biegelinientafel unter anderem durch Hagedorn (2006) gegeben. Zur Beschreibung der vorliegenden Modelle ist die Absenkung eines einseitig eingespannten Balkens  $w(x)$  aufgrund der Einwirkung einer Kraft  $f$  an der Position  $x_f$

$$w^{(f)}(f, x) = f \cdot \frac{l_B^3}{6EI_{\text{ges}}} \cdot \left( 3 \frac{x_f}{l_B} \cdot \left( \frac{x}{l_B} \right)^2 - \left( \frac{x}{l_B} \right)^3 + \left\langle \frac{x}{l_B} - \frac{x_f}{l_B} \right\rangle^3 \right) \quad (6.12)$$

und aufgrund eines Moments  $M$  an der Position  $x_M$

$$w^{(M)}(M, x) = M \cdot \frac{l_B^2}{2EI_{\text{ges}}} \cdot \left( \left( \frac{x}{l_B} \right)^2 - \left\langle \frac{x}{l_B} - \frac{x_M}{l_B} \right\rangle^2 \right) \quad (6.13)$$

zu bestimmen. Dabei beschreibt der Ausdruck  $\langle b - a \rangle$  das FÖPPL-Symbol gemäß

$$\langle x - a \rangle := \begin{cases} 0 & \text{für } x < a \\ (x - a) & \text{für } x \geq a \end{cases} . \quad (6.14)$$

Für den hier auftretenden Sonderfall einer Belastung am Balkenende kann Gleichung 6.12 für die Kraft zu

$$w^{(f)}(f, x) = f \cdot \frac{l_B^3}{6EI_{\text{ges}}} \cdot \left( 3 \left( \frac{x}{l_B} \right)^2 - \left( \frac{x}{l_B} \right)^3 \right) \quad (6.15)$$

bzw. Gleichung 6.13 für das Moment zu

$$w^{(M)}(M, x) = M \cdot \frac{l_B^2}{2EI_{\text{ges}}} \cdot \left( \frac{x}{l_B} \right)^2 \quad (6.16)$$

zusammengefasst werden.

### Translatorische Steifigkeit des einseitig eingespannten Aktors

Durch Einsetzen von Gleichung 6.15 in Gleichung 6.9 ergibt sich die translatorische Steifigkeit des einseitig eingespannten Aktors zu

$$\boxed{k = \frac{3 EI_{\text{ges}}}{l_B^3}} = \frac{1}{w^{(f)}(f = 1, x = l_B)} \quad (6.17)$$

### Translatorische Steifigkeit des beidseitig eingespannten Aktors

Zur Berechnung der translatorischen Steifigkeit des beidseitig eingespannten Aktors wird über die Randbedingungen zunächst das zusätzliche Biegemoment  $M_{\text{add}}$  bestimmt. Dieses ergibt sich aus

$$M_{\text{add}} = -f \cdot \frac{l_B}{2} \quad (6.18)$$

für  $f = 1$  zu

$$M_{\text{add}} = -\frac{l_B}{2} \quad (6.19)$$

Durch die Superposition und durch Einsetzen von Gleichung 6.15 und 6.16 in Gleichung 6.9 ergibt sich die translatorische Steifigkeit des beidseitig eingespannten Aktors zu

$$\boxed{k = \frac{12 EI_{\text{ges}}}{l_B^3}} = \frac{1}{w^{(f)}(f = 1, x = l_B) + w^{(M)}(M = M_{\text{add}}, x = l_B)} \quad (6.20)$$

Der Vergleich zwischen Gleichung 6.17 und 6.20 zeigt, dass der beidseitig eingespannte Balken bei einer gleichen Biegesteifigkeit eine 4-fach höhere translatorische Steifigkeit aufweist als der einseitig eingespannte Balken.

## 6.3.2 Berechnung der translatorischen Aktorkraft

Die aktorische Wirkung eines piezoelektrischen Bimorphaktors basiert auf der Entstehung von Biegemomenten aufgrund der Dehnung des piezoelektrischen Elements beim

Anlegen einer elektrischen Spannung. Das aktorische, piezoelektrische Biegemoment lässt sich entsprechend Preumont (2002) über

$$M_P = -E_P \cdot d_{31} \cdot U_P \cdot b_P \cdot \left( z_S + \frac{h_P}{2} \right) \quad (6.21)$$

berechnen (vergleiche hierzu Abbildung 6.5). Der Parameter  $d_{31}$  bezeichnet dabei die dielektrische Konstante gemäß des Datenblatts des piezoelektrischen Materials.  $U_P$  gibt die am piezoelektrischen Aktor anliegende Spannung an. Vereinfacht betrachtet können an beiden Enden des piezoelektrischen Wandlers entgegengerichtete Biegemomente  $M_{Pi}$  und  $-M_{Pi}$  angenommen werden. Zwischen den Biegemomenten herrscht ein entsprechender konstanter Biegemomentverlauf. Analog zu Kapitel 6.3.1 wird auch zur Berechnung der translatorischen Aktorkraft die Absenkung des freien Endes des Balkens gemäß

$$w(l_B) = \sum_{i=1}^n w_i(l_B, M_{Pi}) \quad (6.22)$$

berechnet. Entsprechend der Biegelinienfälle werden dazu die Absenkungen durch die einzelnen piezoelektrischen Momente superponiert. Ausgehend von Gleichung 6.13 kann die Absenkung des Balkenendes durch ein einzelnes Biegemoment  $M$  an der Position  $x_M$  durch

$$w^{(M)}(M, l_B) = M \cdot \frac{2 x_M l_B - x_M^2}{2EI_{ges}} \quad (6.23)$$

bestimmt werden.

Über die zuvor berechnete translatorische Steifigkeit aus Gleichung 6.9 lässt sich nun die Blockierkraft des gesamten Bimorphaktors über

$$f_{Bl} = w(l_B) \cdot k \quad (6.24)$$

berechnen. Die Anzahl, die Position und die Ausrichtung der am Biegebalken auftretenden Momente  $M_{Pi}$  sind von dem Konstruktionsprinzip abhängig.

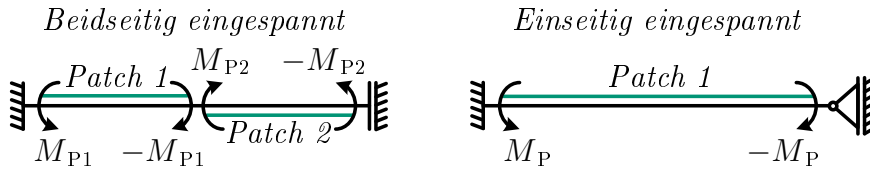


Abbildung 6.7: Piezoelektrische Momente am Bimorphaktor

Abbildung 6.7 gibt die Verteilung der Biegemomente für beide Aktorkonzepte an. Im beidseitig eingespannten Fall werden zwei paarweise gegengerichtete Biegemomente und im einseitig eingespannten Fall ein paarweise gegengerichtetes Biegemoment angenommen. In der Folge wird angenommen, dass die piezoelektrischen Aktoren über die gesamte Länge des Biegebalkens verteilt sind und dass sie im beidseitig eingespannten Fall die gleiche Länge besitzen. Somit ergibt sich im beidseitig eingespannten Fall  $l_{P1} = l_{P2} = l_B/2$  und für den einseitig eingespannten Fall  $l_P = l_B$ .



### Translatorische Aktorkraft des einseitig eingespannten Aktors

Durch Einsetzen von Gleichung 6.23 in Gleichung 6.22, mit den entsprechenden piezoelektrischen Momenten und geometrischen Beziehungen, ergibt sich die Absenkung des freien Endes des einseitig eingespannten Aktors aufgrund einer elektrischen Spannung zu

$$w(l_B) = -M_P \cdot \frac{l_B^2}{2 EI_{ges}} . \quad (6.25)$$

Über Gleichung 6.24 lässt sich nun mit dem piezoelektrischen Biegemoment aus Gleichung 6.21 und der translatorischen Steifigkeit aus Gleichung 6.17 die Blockierkraft des einseitig eingespannten Bimorphaktors durch

$$\boxed{f_{Bl} = -\frac{3}{2} \frac{M_P}{l_B}} = \frac{3 \cdot E_P \cdot d_{31} \cdot U_P \cdot b_P}{2 l_B} \cdot \left( z_S + \frac{h_P}{2} \right) \quad (6.26)$$

angeben.

### Translatorische Aktorkraft des beidseitig eingespannten Aktors

Auch zur Berechnung der translatorischen Aktorkraft des beidseitig eingespannten Aktors muss über die Randbedingungen aus der Gleichung 6.10 zunächst das zusätzliche Biegemoment  $M_{add}$  bestimmt werden. Auflösung der gemäß Gleichung 6.22 superponierten Biegelinie ergibt das zusätzliche Biegemoment

$$M_{add} = M_{P1} \cdot l_{P1} - M_{P2} \cdot l_{P2} \quad (6.27)$$

mit der Länge  $l_{Pi}$  des  $i$ -ten piezoelektrischen Elements  $P_i$ . Unter den genannten geometrischen Voraussetzungen und unter der Annahme von  $M_{P1} = M_{P2} = M_P$  vereinfacht sich die Gleichung zu

$$M_{add} = 0 \quad (6.28)$$

und das zusätzliche Biegemoment entfällt somit im aktorischen Fall.

Die Absenkung des freien Endes des beidseitig eingespannten Aktors aufgrund einer elektrischen Spannung berechnet sich erneut über das Einsetzen der entsprechenden piezoelektrischen Momente und geometrischen Beziehungen in Gleichung 6.23 und der Superposition nach Gleichung 6.22 zu

$$w(l_B) = -M_P \cdot \frac{l_B^2}{4 EI_{ges}} . \quad (6.29)$$

Über Gleichung 6.24 lässt sich nun mit dem piezoelektrischen Biegemoment aus Gleichung 6.21 und der translatorischen Steifigkeit aus Gleichung 6.20 die Blockierkraft des beidseitig eingespannten Bimorphaktors durch

$$\boxed{f_{Bl} = -3 \frac{M_P}{l_B}} = \frac{3 \cdot E_P \cdot d_{31} \cdot U_P \cdot b_P}{l_B} \cdot \left( z_S + \frac{h_P}{2} \right) \quad (6.30)$$

angeben.

Der Vergleich zwischen den Gleichungen 6.26 und 6.30 zeigt, dass der beidseitig eingespannte Balken bei gleicher Ansteuerspannung und gleicher Biegesteifigkeit eine 2-fach höhere Blockierkraft aufweist als der einseitig eingespannte Balken.

### 6.3.3 Berechnung der zweiten Eigenfrequenz

Während die erste Eigenfrequenz des Lagerelements über die statische Eigenfrequenz und die Aufbaumasse festgelegt ist, wird die zweite Eigenfrequenz durch das dynamische Verhalten des kontinuierlichen Biegefedersystems bestimmt. Somit ist sie unter anderem von der Dichte des Federmaterials abhängig. Neben dem Timoshenko-Rayleigh Balken kann, wie Hagedorn und DasGupta (2007) beschreiben, eine analytische Modalanalyse auf Basis des Euler-Bernoulli-Balkens durchgeführt werden. Die Differentialgleichung des Euler-Bernoulli-Balkens ist allgemein durch

$$\rho A \ddot{w} + EI_y w'''' = 0 \quad (6.31)$$

mit der Materialdichte des Balkens  $\rho$ , der Querschnittsfläche  $A$  und der Absenkung  $w(x, t)$  gegeben. Durch Einsetzen der modalen Lösung mit der Form

$$w(x, t) = W(x)e^{i\omega t} \quad (6.32)$$

mit der Eigenkreisfrequenz  $\omega$  und der Eigenfunktion  $W(x)$  kann Gleichung 6.31 in

$$-\omega^2 \rho A W + EI W'''' = 0 \quad (6.33)$$

überführt werden. Zusammen mit den Randbedingungen des Balkens beschreibt Gleichung 6.33 das Eigenwertproblem eines Euler-Bernoulli Balkens. Durch Einsetzen der Ansatzfunktion

$$W(x) = Ce^{\tilde{\lambda}x} \quad (6.34)$$

kommt man auf die Form

$$\tilde{\lambda}^2 = \sqrt{\frac{\omega^2 \rho A}{EI}} \quad (6.35)$$

mit den vier möglichen Lösungen  $\tilde{\lambda}^2 = \pm\lambda, \pm i\lambda$ . Die allgemeine reelle Lösung von Gleichung 6.33 kann nun in der Form

$$W(x) = B_1 \cosh(\lambda x) + B_2 \sinh(\lambda x) + B_3 \cos(\lambda x) + B_4 \sin(\lambda x) \quad (6.36)$$

gegeben werden, wobei die reellen Konstanten  $B_i$  durch die Randbedingungen des Eigenwertproblems bestimmt werden können. In der Folge wird das Eigenwertproblem für die beiden Konstruktionsmodelle des einseitig und des beidseitig eingespannten Balkens mit Zusatzmasse gelöst. Die Zusatzmasse wird dabei vereinfacht als Punktmasse, also ohne Trägheitsmoment, angenommen.

#### Lösung für den einseitig eingespannten Balken

Das mechanische Modell des einseitig eingespannten Balkens ist in Abbildung 6.8 dargestellt.

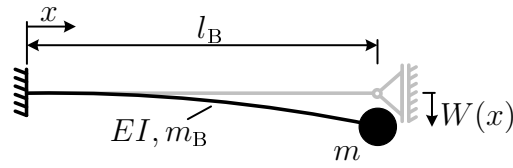


Abbildung 6.8: Mechanisches Modell des einseitig eingespannten Balkens

Entsprechend der zugehörigen Biegelinie ergeben sich die Randbedingungen zu

$$W(0) = 0 \quad (6.37)$$

$$W'(0) = 0 \quad (6.38)$$

$$W''(l_B) = 0 \quad (6.39)$$

$$EI W'''(l_B) = m \cdot \ddot{w}(l_B, t) = -m W(l_B) \omega^2. \quad (6.40)$$

Durch Einsetzen der Randbedingungen in die entsprechende Ableitung der allgemeinen Lösung gemäß Gleichung 6.36 ergibt sich für die Integrationskonstanten das Gleichungssystem:

$$B_1 = -B_3 \quad (6.41)$$

$$B_2 = -B_4 \quad (6.42)$$

$$0 = B_1 \cosh(\lambda l_B) + B_2 \sinh(\lambda l_B) - B_3 \cos(\lambda l_B) - B_4 \sin(\lambda l_B) \quad (6.43)$$

$$-m W(l_B) \omega^2 = \dots$$

$$\lambda^3 EI \{B_1 \sinh(\lambda l_B) + B_2 \cosh(\lambda l_B) + B_3 \sin(\lambda l_B) - B_4 \cos(\lambda l_B)\} \quad (6.44)$$

Gleichung 6.44 lässt sich durch Einsetzen der Gleichungen 6.36 und 6.35 sowie unter Berücksichtigung der Bedingungen aus den Gleichungen 6.41 und 6.42 auch als

$$\begin{aligned} -EI \lambda^4 l_B \frac{m}{m_B} \{B_1 [\cosh(\lambda l_B) - \cos(\lambda l_B)] + B_2 [\sinh(\lambda l_B) - \sin(\lambda l_B)]\} = \dots \\ \lambda^3 EI \{B_1 [\sinh(\lambda l_B) - \sin(\lambda l_B)] + B_2 [\cosh(\lambda l_B) + \cos(\lambda l_B)]\} \end{aligned} \quad (6.45)$$

darstellen. Für nicht-triviale Lösungen muss für das umgestellte Gleichungssystem somit

$$\begin{vmatrix} \cosh(\lambda l_B) + \cos(\lambda l_B) & \sinh(\lambda l_B) + \sin(\lambda l_B) \\ \lambda l_B \frac{m}{m_B} \{\cosh(\lambda l_B) - \cos(\lambda l_B)\} + \sinh(\lambda l_B) - \sin(\lambda l_B) & \lambda l_B \frac{m}{m_B} \{\sinh(\lambda l_B) - \sin(\lambda l_B)\} + \cosh(\lambda l_B) + \cos(\lambda l_B) \end{vmatrix} = 0 \quad (6.46)$$

gelten. Durch Ausmultiplizieren und Zusammenfassen der Determinante erhält man mit

$$1 + \cosh(\lambda l_B) \cos(\lambda l_B) + \lambda l_B \frac{m}{m_B} \{\sinh(\lambda l_B) \cos(\lambda l_B) - \cosh(\lambda l_B) \sin(\lambda l_B)\} = 0 \quad (6.47)$$

die charakteristische Gleichung des einseitig eingespannten Biegebalkens mit Punktmasse.

Die Eigenwerte  $\lambda_n$ , für die die Gleichung erfüllt ist, müssen numerisch bestimmt werden.

Abgeleitet aus Gleichung 6.35 können die Eigenfrequenzen über

$$\omega_n = \sqrt{\frac{EI \lambda_n^4}{\rho A}} \quad (6.48)$$

angegeben werden. Zur Bestimmung der Eigenformen des Biegebalkens, müssen die Integrationskonstanten  $B_{1,n}$  bis  $B_{4,n}$  für die jeweiligen Eigenwerte  $\lambda_n$  bestimmt werden. Zur Berechnung einer nicht-trivialen Lösung sind über die drei Randbedingungsgleichungen 6.41, 6.42 und 6.43 unter beliebiger Annahme einer der Integrationskonstanten die verbleibenden drei zu bestimmen. Einsetzen der Konstanten in Gleichung 6.36 ergibt die n-te Eigenform  $W_n(x)$ .

### Lösung für den beidseitig eingespannten Balken

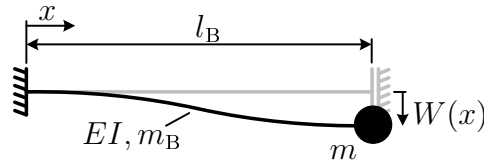


Abbildung 6.9: Mechanisches Modell des beidseitig eingespannten Balkens

Das mechanische Modell eines beidseitig eingespannten Balkens zeigt Abbildung 6.9. Seine Randbedingungen ergeben sich zu:

$$W(0) = 0 \quad (6.49)$$

$$W'(0) = 0 \quad (6.50)$$

$$W'(l_B) = 0 \quad (6.51)$$

$$EI W'''(l_B) = m \cdot \ddot{w}(l_b, t) = -m W(l_b) \omega^2 . \quad (6.52)$$

Somit ergibt sich für die Integrationskonstanten das Gleichungssystem:

$$B_1 = -B_3 \quad (6.53)$$

$$B_2 = -B_4 \quad (6.54)$$

$$0 = B_1 \sinh(\lambda l_B) + B_2 \cosh(\lambda l_B) - B_3 \sin(\lambda l_B) + B_4 \cos(\lambda l_B) \quad (6.55)$$

$$-m W(l_B) \omega^2 = \dots$$

$$\lambda^3 EI \{B_1 \sinh(\lambda l_B) + B_2 \cosh(\lambda l_B) + B_3 \sin(\lambda l_B) - B_4 \cos(\lambda l_B)\} . \quad (6.56)$$

Die Herleitung erfolgt analog zum vorherigen Kapitel und führt auf die charakteristische Gleichung

$$\begin{aligned} & \sinh(\lambda l_B) \cos(\lambda l_B) + \cosh(\lambda l_B) \sin(\lambda l_B) + \sin(\lambda l_B) \cos(\lambda l_B) + \dots \\ & \lambda l_B \frac{m}{m_B} \{ \cosh(\lambda l_B) \cos(\lambda l_B) - 1 \} = 0 \end{aligned} \quad (6.57)$$

des beidseitig eingespannten Balkens.

### 6.3.4 Parameteroptimierung

Liegt ein analytisches Aktormodell vor, können verschiedene Optimierungsverfahren umgesetzt werden. Da in kommerziell erhältlichen mathematischen Programmen einige Optimierungsalgorithmen bereits implementiert sind, wird in diesem Kapitel ausschließlich die Grundlage der Parameteroptimierung beschrieben. Bei der Auslegung des piezoelektrischen Lagerelements müssen  $n$  verschiedene Zielwerte  $Z$  gegeneinander optimiert werden. Die Optimierung kann beispielhaft über ein beschränktes Optimierungsproblem durch die Minimierung einer skalaren Zielfunktion  $g(\vec{p})$  mit dem zu optimierenden Parametervektor  $\vec{p}$  durchgeführt werden. Verschiedene Verfahren sind in mathematischen Programmen implementiert. Die skalare Zielfunktion kann beispielsweise gemäß

$$g(\vec{p}) = \frac{|Z_{1,\text{ist}}(\vec{p}) - Z_{1,\text{soll}}(\vec{p})|}{Z_{1,\text{soll}}(\vec{p})} + \frac{|Z_{2,\text{ist}}(\vec{p}) - Z_{2,\text{soll}}(\vec{p})|}{Z_{2,\text{soll}}(\vec{p})} + \dots + \frac{|Z_{n,\text{ist}}(\vec{p}) - Z_{n,\text{soll}}(\vec{p})|}{Z_{n,\text{soll}}(\vec{p})} \quad (6.58)$$

aufgestellt werden.

Auf Basis einer umfangreichen Anzahl von Berechnungen sind folgende Verhaltensweisen bei der Auslegung piezoelektrischer Bimorphlager festzustellen:

- Bei einer Erhöhung der Steifigkeit des Lagers erhöht sich auch die mögliche Aktorkraft. Durch die damit verbundene Erhöhung der ersten Eigenfrequenz nimmt die breitbandige passive Isolationswirkung im höheren Frequenzbereich ab.
- Im niedrigen Steifigkeitsbereich des Bimorphbalkens lässt sich bei einer Steifigkeitserhöhung die Aktorkraft schneller steigern als die Steifigkeit. Über eine hohe Anzahl von Bimorphbalken mit geringer Steifigkeit lassen sich somit hohe Kräfte bei relativ geringer Steifigkeit erzielen.
- Ein Balkenmaterial mit einer niedrigen Dichte ermöglicht eine Erhöhung der zweiten Eigenfrequenz des Lagerelements und steigert somit seinen Einsatzfrequenzbereich.
- Unter Voraussetzung der gleichen Geometrie des Bimorphs ist ein beidseitig eingespannter Aktor viermal steifer als ein einseitig eingespannter.
- Ebenfalls unter Voraussetzung der gleichen Geometrie des Bimorphs bewirkt ein beidseitig eingespannter Aktor zweifach höhere Kräfte als ein einseitig eingespannter.

### Vergleich von Kernwerkstoffen

Die Hauptfunktion des Grundwerkstoffes ist die Bereitstellung eines möglichst hohen Abstands der piezoelektrischen Elemente zur Neutralen Faser des Bimorphs. Somit wird ein möglichst hohes aktorisches Moment erzielt. Bei einer Erhöhung dieses Abstands tritt eine in der Regel unerwünschte Erhöhung der Masse und der Biegesteifigkeit des Bimorphs auf.

Abbildung 6.10 zeigt die Entwicklung der Eigenfrequenz der ersten drei Moden im Vergleich zwischen unterschiedlichen Kernwerkstoffen. Ausgangspunkt sind dabei optimierte, einseitig eingespannte Bimorphaktoren mit gleicher erster Eigenfrequenz bei 5 Hz und gleicher Blockierkraft. Somit sind die geometrischen Parameter zwar ähnlich, aber nicht identisch. Trotz gleicher statischer Steifigkeit besitzt der GFK-Aktor die höchste zweite und dritte Eigenfrequenz, gefolgt von dem Aluminium-Aktor und dem Stahl-Aktor.

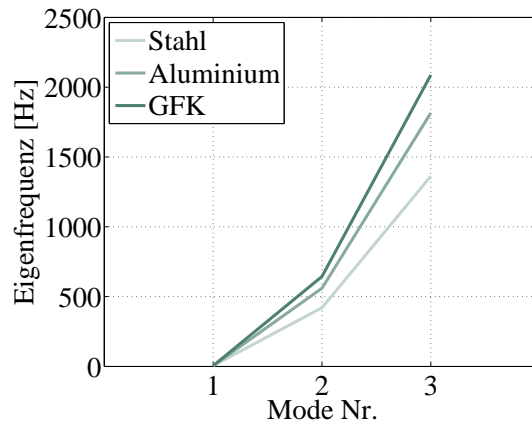


Abbildung 6.10: Vergleich des Einflusses von Kernwerkstoffen auf die Eigenfrequenzen des Bimorphs

Grund hierfür sind die unterschiedlichen Balkenmassen, welche besonders in der zweiten und dritten Mode relevant sind.

### Vergleich von Parametern

Die Wahl der geeigneten Bauweise des piezoelektrischen Bimorphaktors ist nicht pauschal zu beantworten. Um den Einfluss geometrischer Parameter auf die unterschiedlichen Bauweisen prinzipiell zu beschreiben, wird eine analytische Parametervariation durchgeführt. Ausgehend von einer gleichen Ausgangsgeometrie werden die Länge, die Breite und die Höhe des Biegebalkens verringert und erhöht. Die sich ergebende Steifigkeit und Kraft werden miteinander in Relation gesetzt.

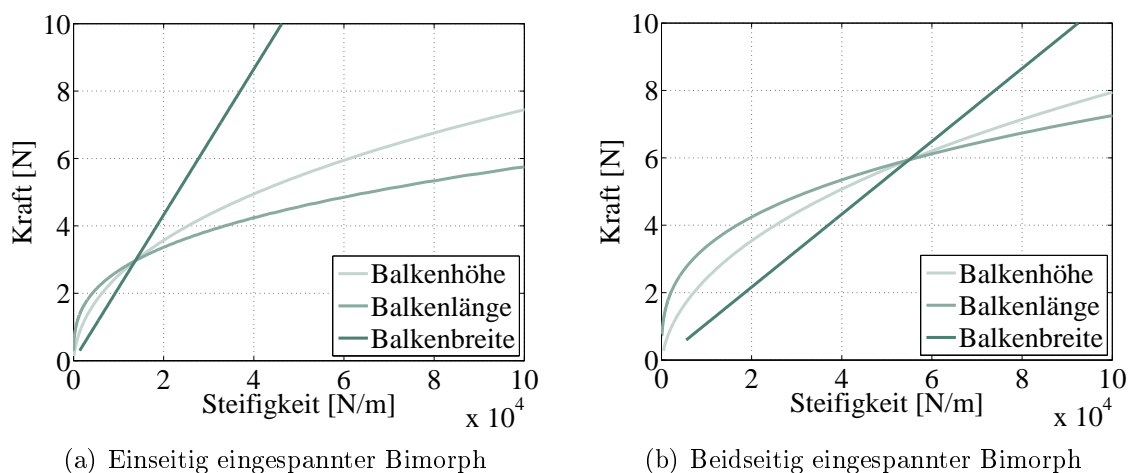


Abbildung 6.11: Kraft-Steifigkeits-Diagramm bei einer Parametervariation

Das Ergebnis für beide Bauweisen ist in Abbildung 6.11 angegeben. Die sich für die Ausgangsgeometrie ergebende Kraft und Steifigkeit ist durch den Schnittpunkt der Variationskurven zu erkennen. Durch die Gleichungen 6.17, 6.20, 6.26 und 6.30 ist das Steifigkeits- und das Kraftverhältnis zwischen den unterschiedlichen Bauweisen bei gleicher Geometrie

gegeben, welches auch aus den Diagrammen abgelesen werden kann. Bei der Parametervariation wird der unterschiedliche Einfluss einzelner Parameter auf das Verhältnis zwischen Kraft und Steifigkeit ersichtlich. Während sich bei einer Breitenvariation des Balkens die Kraft proportional zur Steifigkeit steigert, sind die Verläufe bei einer Höhen- und Längenvariation des Balkens degressiv. Somit ermöglicht eine Veränderung der Balkenhöhe und Balkenlänge eine relativ hohe Kraft bei einer Verringerung der Steifigkeit, während ein breiterer Balken eine deutlichere Kraftsteigerung bei einer Erhöhung der Steifigkeit bietet. Dabei ist zu beachten, dass in der Realität zunehmend unerwünschte Effekte die Kraft-Steifigkeits-Verläufe beeinflussen umso extremer die Parameter gewählt werden.

Abschließend sei erwähnt, dass für eine Geometrieoptimierung, besonders mit Blick auf die Verläufe aus Abbildung 6.11, physikalisch mögliche Geometrieparameter, geometrische Restriktionen und kommerziell erhältliche Komponenten zu berücksichtigen sind.

## 6.4 Möglichkeiten der konstruktiven Umsetzung des piezoelektrischen Bimorphaktors

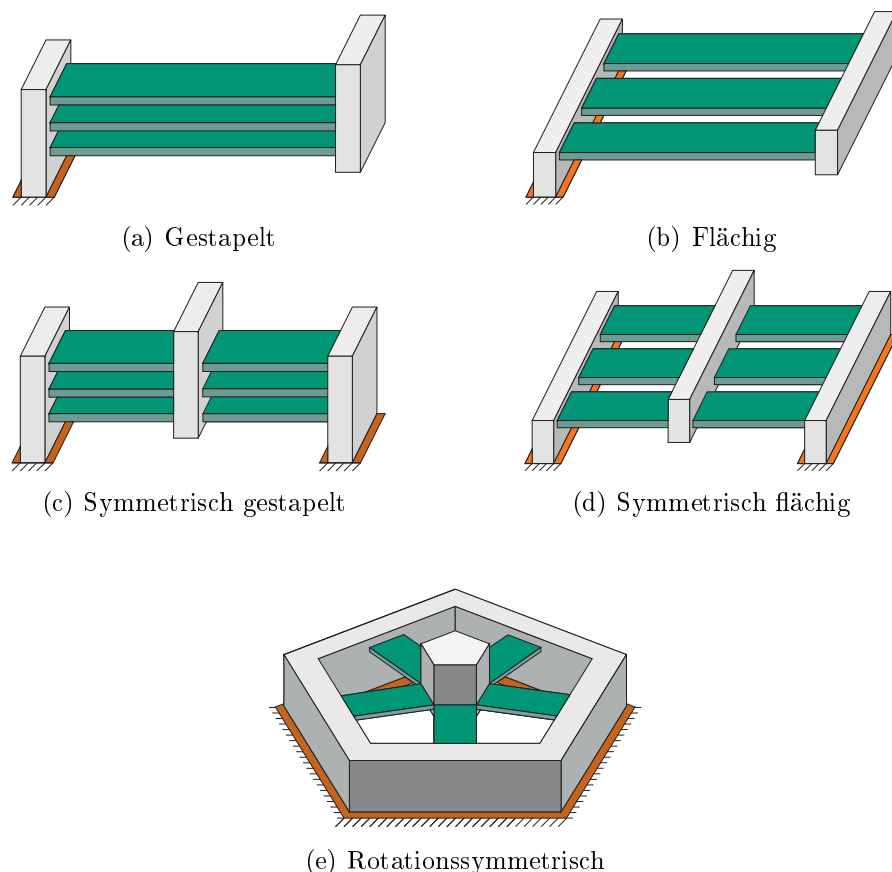


Abbildung 6.12: Konstruktionsmöglichkeiten zum Aufbau einer piezoelektrischen Bimorphlagerung

Ein Vorteil eines Bimorphaktors, verglichen z. B. mit elektrodynamischen Aktoren, ist die reduzierte Komplexität, welche durch seinen einfachen Aufbau erreicht wird. Prinzi-

piell besteht ein Bimorphaktor lediglich aus einem einseitig oder beidseitig geklemmten Biegebalken mit applizierten piezoelektrischen Elementen. Je nach Anwendungsfall gibt es dennoch einige Punkte, die bei seiner Konstruktion zu beachten sind. Darüber hinaus muss das geeignetere Konstruktionsprinzip für einen bestimmten Anwendungsfall bzw. für die gegebenen Fertigungsverfahren gefunden werden. In diesem Abschnitt werden Möglichkeiten zum generellen Aufbau einer Bimorphlagerung, zur Konstruktion der Einspannung des Bimorphs und zu einem ggf. notwendigen Ausgleich für statische Lasten aufgezeigt.

### 6.4.1 Konstruktionsvarianten einer Bimorphlagerung

Entsprechend dem Anwendungsfall und der durch ihn bedingten Anforderungen an eine Lagerung sind verschiedene Konstruktionsvarianten zum Aufbau einer piezoelektrischen Bimorphlagerung möglich.

Abbildung 6.12 gibt einen Überblick über unterschiedliche Konfigurationen von Bimorphaktoren in einem Lagerungssystem. Die Anzahl der verwendeten Biegefedern ist dabei beispielhaft gewählt. In Tabelle 6.1 sind die wichtigsten Vor- und Nachteile für die angegebenen Lagervarianten zusammengefasst und bewertet.

Tabelle 6.1: Bewertung der Vor- und Nachteile von Bimorphlagervarianten

| Kriterium                                 | Lagervariante |      |                   |                   |                   |
|---|---------------|------|-------------------|-------------------|-------------------|
|   | (a)           | (b)  | (c)               | (d)               | (e)               |
| Kompaktheit/<br>Einheitlichkeit           | ++            | +    | ++                | +                 | 0                 |
| Hohe Steifigkeit in<br>Querrichtung       | 0             | +    | 0                 | +                 | ++                |
| Definierte Steifigkeit in<br>Wirkrichtung | ja            | ja   | nein <sup>1</sup> | nein <sup>1</sup> | nein <sup>1</sup> |
| Linearer<br>Kraft-Weg-Verlauf             | ja            | ja   | nein <sup>2</sup> | nein <sup>2</sup> | nein <sup>2</sup> |
| Verkippfreiheit des freien<br>Endes       | ja            | nein | ja                | nein              | ja                |
| Rein vertikaler Hub                       | nein          | nein | ja                | ja                | ja                |
| Erweiterbarkeit in<br>Querrichtungen      | +             | 0    | +                 | 0                 | --                |

<sup>1</sup> Eine definierte Steifigkeit in Wirkrichtung ist um die Nulllage näherungsweise gegeben.

<sup>2</sup> Ein linearer Kraft-Weg-Verlauf ist um die Nulllage näherungsweise gegeben.

Durch einen gestapelten Aufbau entsprechend Abbildung 6.12 (a) und (c) wird eine Parallelführung realisiert, die eine Verkipfung des freien Endes durch dynamische Lasten in vertikaler oder horizontaler Richtung verhindert. Der flächige Aufbau entsprechend

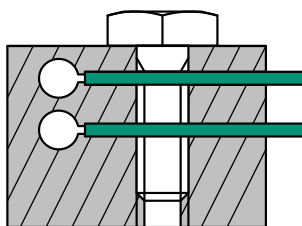


Abbildung 6.12 (b) ermöglicht die Stellung eines Winkels im aktorischen Betrieb, bedingt aber auch eine Verkipfung des freien Endes sowohl bei vertikaler als auch bei horizontaler Last. Durch die symmetrische Erweiterung nach Abbildung 6.12 (d) wird eine Verkipfung bei einer vertikalen Last verhindert.

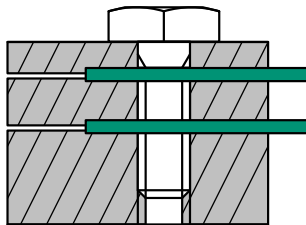
Aufgrund des symmetrischen Aufbaus der Varianten (c), (d) und im rotationssymmetrischen Fall (e) tritt bei einer zunehmenden Auslenkung des freien Endes eine Zunahme der Lagersteifigkeit auf. Diese Nichtlinearität ist bedingt durch eine Zunahme der Dehnung in Balkenlängsrichtung aufgrund der fehlenden Möglichkeit einer Horizontalverschiebung des freien Endes. Diese Horizontalverschiebung wird bei den Varianten (a) und (b) zugelassen, bedingt aber gleichzeitig einen nicht rein vertikalen Hub des freien Endes. Somit tritt eine (geringe) horizontale Verschiebung des Aufbaus auf.

### 6.4.2 Konstruktionsvarianten der Einspannung

#### *Feste Einspannung*

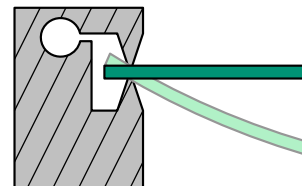


(a) Klemmung über Festkörpergelenke

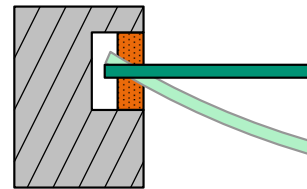


(b) Klemmung über Klemmplatten

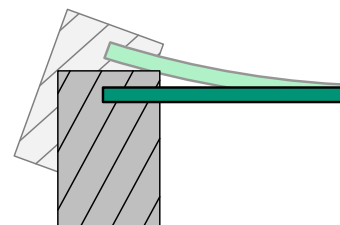
#### *Momentfreie / Momentreduzierte Einspannung*



(c) Linienförmige Klemmung



(d) Klemmung über reduzierte Steifigkeit



(e) Feste Klemmung mit zugelassener Verdrehung der Einspannung

Abbildung 6.13: Konstruktionsmöglichkeiten der Einspannung des piezoelektrischen Bimorphs

Wie in Kapitel 6.1 vorgestellt, kann ein Bimorphaktor beidseitig oder einseitig eingespannt werden. Im Falle einer einseitigen Einspannung ist die gegenüberliegende Seite weitestgehend momentfrei bzw. drehfrei auszuführen. Während eine Einspannung über eine Klemmung relativ einfach zu realisieren ist, muss bei einer drehfreien Einspannung ein möglichst geringer Kontakt der Einspannung mit dem Balken hergestellt werden, welcher dennoch eine feste Verbindung zwischen Anbau und Bimorph ermöglichen muss.

Abbildung 6.13 zeigt Konstruktionsmöglichkeiten für die Einspannung eines piezoelektrischen Bimorphaktors. Zwei Möglichkeiten zur Einspannung sind in Abbildung 6.13 (a) und (b) dargestellt. Bei der Klemmung durch Festkörpergelenke, also der Einstellung gezielter Nachgiebigkeiten, kann die Einspannung aus einem Teil hergestellt werden. Dies bringt Vorteile vor allem bei der Montage des Aktors. Diese Ausführung bedingt allerdings eine entsprechende Fertigungstechnik. Bei einer Klemmung über einzelne Klemmplatten werden, steigend zur Anzahl der zu klemmenden Federn, entsprechend viele Klemmplatten benötigt. Dadurch steigt auch der Montageaufwand des Aktors.

Demgegenüber stehen die in Abbildung 6.13 (c) und (d) angegebenen Möglichkeiten zur Konstruktion einer momentfreien Einspannung. Sowohl eine linienförmige Klemmung als auch eine Klemmung über eine reduzierte Steifigkeit ermöglichen eine nahezu freie Drehung des Balkens in der Einspannung. Durch die notwendige Ankopplung des Balkens an die Einspannung wird stets ein gewisses Biegemoment übertragen. Für Anwendungen, in denen eine Verdrehung der Einspannung zulässig ist, kann eine Einspannung entsprechend Abbildung 6.13 (e) verwendet werden.

### 6.4.3 Konstruktionsvarianten zum Ausgleich einer wechselnden statischen Last

Da sich das piezoelektrische Element im Bereich der höchsten Dehnung des Bimorphs befindet, sind die Möglichkeiten einer Fehl- oder Überbelastung während und außerhalb des Betriebs des Aktors zu überprüfen. Ein häufig vorkommender, ggf. kritischer Belastungsfall ist eine wechselnde Aufbauast. Wenn zu erwarten ist, dass die maximal zulässige Dehnung des piezoelektrischen Elements überschritten werden könnte, können einfache Anschläge bereits Abhilfe schaffen. Soll der Aktor unter einer kritischen Zusatzlast betrieben werden, kann eine parallele Steifigkeit in das Lagersystem integriert werden, welche die statische Last aufnimmt.

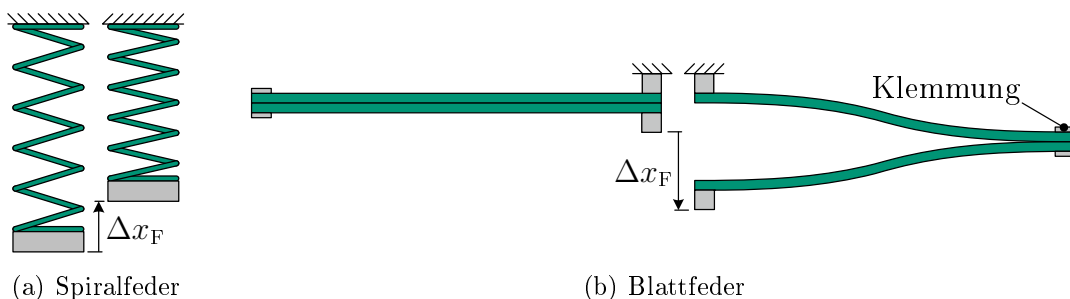


Abbildung 6.14: Bauweisen von Federn zum Ausgleich statischer Lasten

Mögliche Bauweisen einer zusätzlichen, parallelen Steifigkeit sind Spiral- und Blattfedern, wie sie in Abbildung 6.14 gezeigt sind. Zur Auslegung der Zusatzsteifigkeit sind drei

Parameter zu berücksichtigen:

- Der konstruktiv bedingte, maximal mögliche Federweg  $\Delta x_F$ .
- Die Verschiebung der Grundeigenfrequenz  $\Delta\omega_0$  durch die zusätzliche Federsteifigkeit  $k_F$ .
- Die Zusatzlast  $m_L$ , die durch die Steifigkeit statisch ausgeglichen werden soll.

Die notwendige maximale Federkraft, welche sich durch die Zusatzlast ergibt, ist über

$$f_{F,\max} = m_L \cdot g = k_F \cdot \Delta x_F \quad (6.59)$$

von der Federsteifigkeit und dem Federstellweg abhängig. Da sich die Grundeigenfrequenz des Systems über

$$\Delta\omega_0 = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{k_F}{m_{\text{ges}}}} - \omega_0 \quad (6.60)$$

mit steigender Federsteifigkeit  $k_F$  zu höheren Frequenzen hin verschiebt, ist  $k_F$  möglichst gering und  $\Delta x_F$ , gemäß Gleichung 6.59, möglichst hoch zu wählen. Eine Erhöhung der Grundeigenfrequenz verschlechtert die passive Isolationswirkung der Lagerung. Zudem wirkt sich eine hohe Steifigkeit der Zusatzfeder nachteilig auf die notwendige Aktorkraft des aktiven Systems aus, da ein entsprechender Teil der Aktorkraft zur Längung bzw. Stauchung der Zusatzfeder aufgewendet werden muss. Die Auswahl einer Zusatzfeder mit geringer Steifigkeit und hohem Stellweg wird durch konstruktive Rahmenbedingungen, wie die zulässige Einbauhöhe der Zusatzfeder und der kommerziell erhältlichen Federspezifikationen, begrenzt. Zudem neigen Druckfedern, wie in Abbildung 6.14(a) dargestellt, mit einer hohen Länge und einer geringen Steifigkeit zum Ausknicken. Dann sind Blattfedern gemäß Abbildung 6.14(b) vorzuziehen.

Konstruktive Möglichkeiten zur Integration einer zusätzlichen Steifigkeit sind in den Abbildungen 6.15 bis 6.17 dargestellt. Neben der dargestellten Aufbringung einer Zusatzlast kann analog ebenso die Wegnahme einer Belastung ausgeglichen werden.

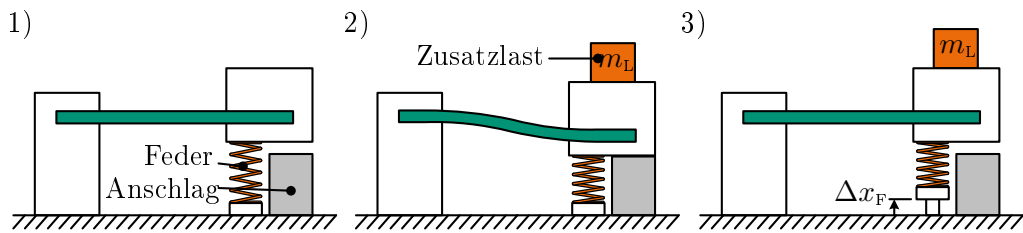


Abbildung 6.15: Statische Lastkompensation durch Höhenanpassung einer parallelen Feder

Abbildung 6.15 zeigt ein Prinzip zum nachträglichen Ausgleich. Durch die Aufbringung einer Zusatzlast senkt sich der aktorische Bimorph zunächst bis zu einem Anschlag ab. Danach wird die Feder soweit verkürzt, bis die Federkraft sowie die Gewichtskraft der Zusatzlast im Gleichgewicht sind und das freie Ende des Bimorphs sich erneut in der Nulllage befindet.

Bei dem in Abbildung 6.16 dargestellten Prinzip wird vor Aufbringung der Zusatzlast eine Verbindung zwischen dem Bimorph und der Zusatzfeder gelöst. Bei der Lastaufbringung rutscht die Verbindung solange durch, bis die Federkraft mit der Gewichtskraft der

Zusatzlast im Gleichgewicht ist. Anschließend wird die Verbindung zum Bimorph, z. B. durch eine Klemmung, wiederhergestellt.

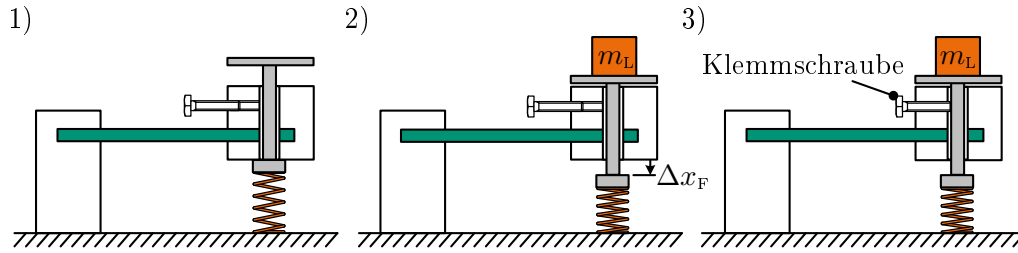


Abbildung 6.16: Statische Lastkompensation durch Stauchung einer parallelen Feder

Wird zum Betrieb des Aktors einmalig eine bekannte zusätzliche Last aufgebracht, kann der Bimorph, wie in Abbildung 6.17 schematisiert, durch eine passend ausgelegte Feder vorgespannt werden. Bei Aufbringung der Last bewegt sich das freie Ende des Bimorphs in die Nulllage.

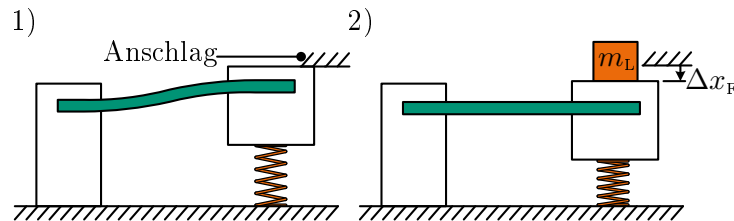


Abbildung 6.17: Statische Lastkompensation durch Aufhebung einer Vorbelastung

## 6.5 Einbindung des piezoelektrischen Bimorphaktors in die Systemmodellierung

Ein Auslegungsziel des piezoelektrischen Bimorphaktors ist sein Betrieb in einem Frequenzbereich mit einer konstanten Aktorkraft und unterhalb der zweiten elastischen Eigenform, wie in Abschnitt 6.2 beschrieben. Verglichen mit elektrodynamischen und piezoelektrischen Stapelaktoren treten bereits in niedrigeren Frequenzbereichen elastische Schwingungsformen auf. Auch wenn diese außerhalb des Einsatzbereichs des Aktors liegen, können sie ein instabiles Regelungsverhalten verursachen und sind somit bei der Simulation zu berücksichtigen. Die Annahme einer über den Frequenzbereich konstanten Blockierkraft, wie sie im Abschnitt 6.3.2 analytisch berechnet wird, ist durch ein Simulationsmodell zu ersetzen, welches auch die höherfrequenten dynamischen und aktorischen Eigenschaften des piezoelektrischen Bimorphs beschreibt. Der Aufbau des Modells wird in diesem Kapitel beschrieben. Neben anderen Verfahren, ein elastisches Modell eines piezoelektrischen Aktors in eine Systemsimulation zu integrieren, wird hier die Aktordynamik und die aktorische Wirkung, wie in Abbildung 6.18 dargestellt, getrennt voneinander betrachtet.

Dabei wird der dynamische Kraftanteil  $f_{di}$  über ein Zustandsraummodell aus der Geschwindigkeitsdifferenz der Lagerenden berechnet und der aktorische Kraftanteil  $f_{Ai}$  mit-

tels eines IIR-Filters aus dem Verlauf der Blockierkraft bestimmt. Ausgehend vom einfachen Impedanzmodell eines Aktors werden beide Teile gemäß

$$f_i = f_{di}(\Delta v) + f_{Ai}(U_A) \quad (6.61)$$

zu einer Lager-Gesamtkraft  $f_i$  zusammengefasst. Zur Modellbildung beider Kraftkomponenten können Ergebnisse aus Finite-Elemente-Simulationen oder Messungen verwendet werden.

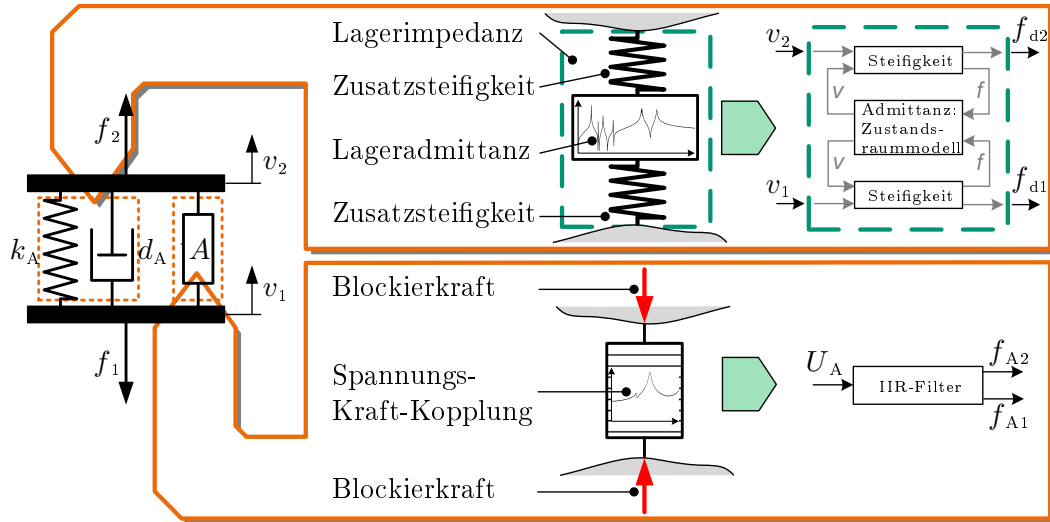


Abbildung 6.18: Schema der Systemmodellierung des Bimorphlagers

### 6.5.1 Integration der Lagerdynamik

Der Aufbau des strukturdynamischen Teils des piezoelektrischen Bimorphlagers erfolgt analog zur elastischen Formulierung der gelagerten Struktur aus Abschnitt 5.2 als Admittanzmodell. Da eine Lagerung entsprechend der Definition aus Abschnitt 2.4 als Impedanzmodell in das Gesamtsystem integriert wird, sind als Aushilfselemente zusätzliche Steifigkeiten seriell zur Lageradmittanz zu berücksichtigen. Das so aufgebaute Modell entspricht einer Lagerimpedanz mit den Geschwindigkeiten  $v_1$  und  $v_2$  als Eingang und den Kräften  $f_{d1}$  und  $f_{d2}$  als Ausgang. Die Modellierung der Lagerdynamik ist in Abbildung 6.19 schematisiert.

Die Admittanz der Lagerdynamik wird über die Zustandsraumdarstellung aus Gleichung 5.16 gebildet. Somit sind die modalen Eigenschaften des Lagers, die Eigenfrequenzen  $\omega_{0i}$ , die modalen Dämpfungen  $\vartheta_i$  sowie die Eigenvektoren  $\vec{\phi}_i$  durch eine Finite-Elemente-Simulation oder durch eine Messung zu bestimmen. Ergänzend können die modalen Daten auch aus den Ergebnissen der analytischen Beschreibung des Bimorphaktors aus Abschnitt 6.3.3 abgeleitet werden. Die Eigenvektoren werden auf die Kopplungspunkte zur Unterstruktur  $P_1$  und zur gelagerten Struktur  $P_2$  reduziert.

In Abbildung 6.20 ist beispielhaft die Punktheadmittanz von  $P_2$  des dargestellten Bimorphaktors angegeben. Der synthetisierte Verlauf ergibt sich aus der Superposition der Frequenzgänge der einzelnen Eigenmoden.

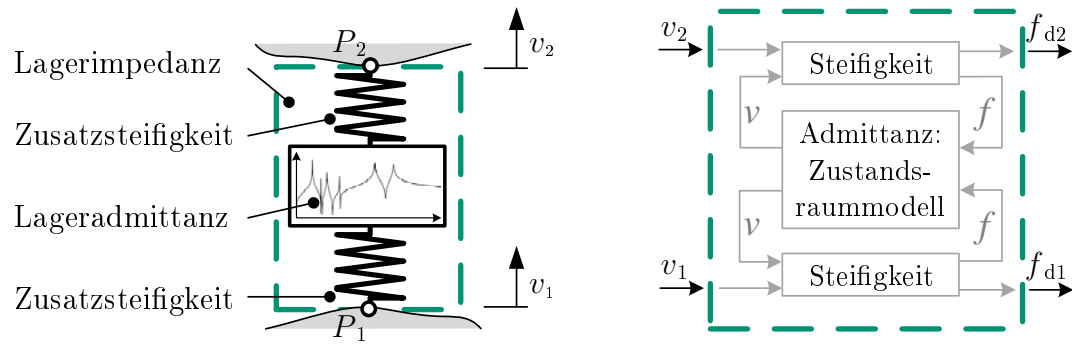
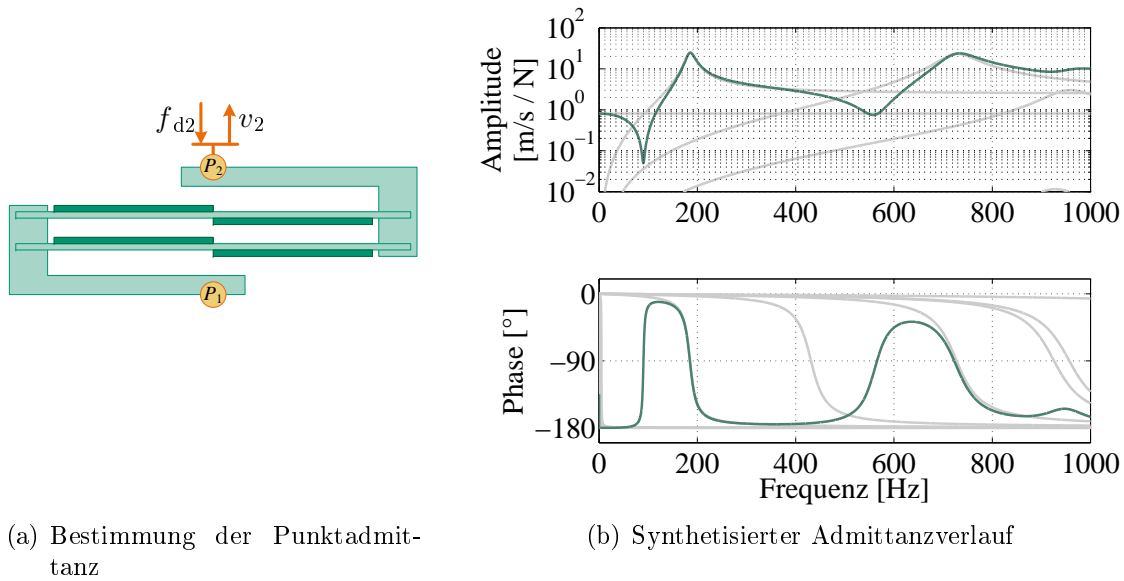


Abbildung 6.19: Schema der Modellierung der Lagerdynamik

Die seriellen Zusatzsteifigkeiten sind so auszulegen, dass sie keinen Einfluss auf die Lagerdynamik im festgelegten Frequenzbereich besitzen. Dies kann beispielsweise durch eine Simulation mit einer schrittweisen Steifigkeitserhöhung erfolgen. Die Zusatzsteifigkeit ist jedoch möglichst gering zu wählen, da durch sie auch indirekt die Untergrenze der notwendigen Abtastfrequenz des Simulationsmodells festgelegt wird.



(a) Bestimmung der Punktadmittanz

(b) Synthetisierter Admittanzverlauf

Abbildung 6.20: Synthetisierter Admittanzverlauf auf Basis modaler Daten

## 6.5.2 Integration der aktorischen Wirkung

Getrennt von der dynamischen Beschreibung des Lagers wird seine aktorische Wirkung modelliert. Dazu wird ein simulierter oder ein gemessener Blockierkraftverlauf beispielhaft mit Hilfe einer Output-Error-Abschätzung unter Verwendung z. B. des Steiglitz-McBride-Algorithmus identifiziert. Diese Identifizierungsmethode verwenden u. a. Herold et al. (2006) zur Identifizierung aktiver Systeme. Das Ergebnis ist ein IIR-Filter mit der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{A(s)}{B(s)} = \frac{a_{na}s^{(na-1)} + a_{(na-1)}s^{(na-2)} + \dots + a_1}{s^{nb} + b_{nb}s^{(nb-1)} + \dots + f_1} \quad (6.62)$$

mit den geschätzten Zählerkoeffizienten  $a_1$  bis  $a_{na}$  und den Nennerkoeffizienten  $b_1$  bis  $b_{nb}$ . Diese und ähnliche Abschätzverfahren werden unter anderem in mathematischen Berechnungsprogrammen automatisiert angeboten und hier nicht weiter beschrieben.

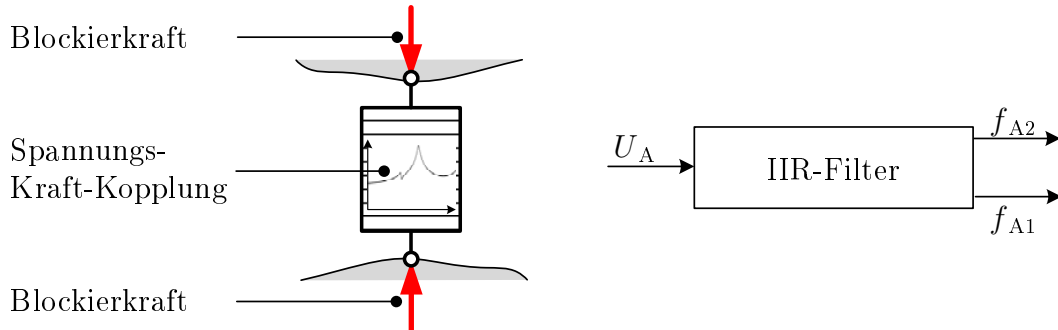


Abbildung 6.21: Schema der Modellierung der Lageraktorik

Abbildung 6.21 zeigt schematisch das mechanische Modell der Lageraktorik und den daraus abgeleiteten IIR-Filter als Übertragungsglied von der Aktorkraft zur Blockierkraft.

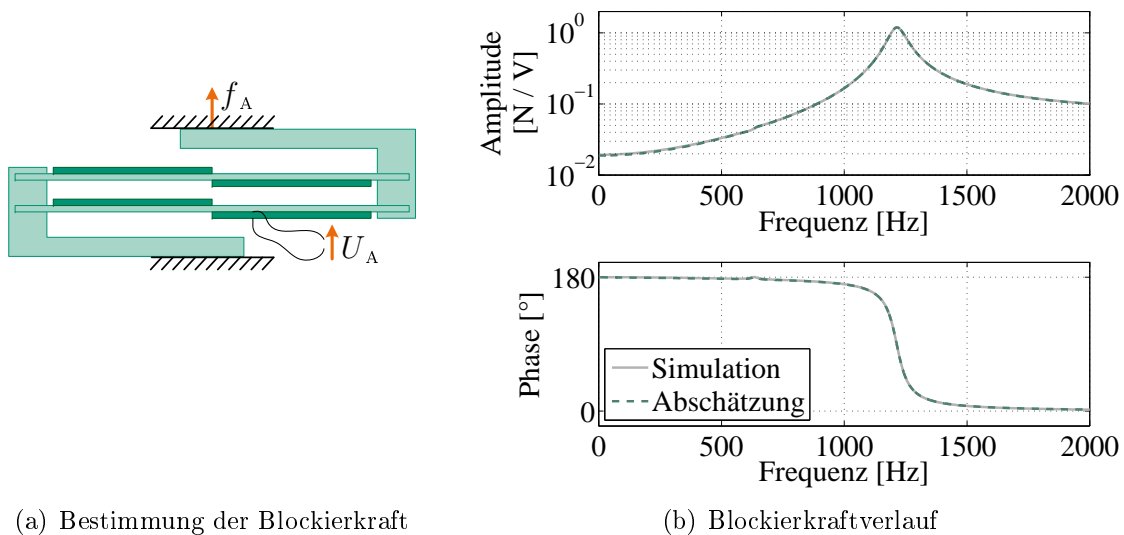


Abbildung 6.22: Beispielhafter Vergleich zwischen simuliertem und geschätztem Blockierkraftverlauf

Das Ergebnis der Abschätzung des Blockierkraftverlaufs wird in Abbildung 6.22 gezeigt. Dazu wird zunächst in einer Finite-Elemente-Simulation der Blockierkraftverlauf an der oberen oder unteren Einspannung aufgrund einer applizierten Aktorspannung ermittelt. Der Verlauf wird anschließend durch einen IIR-Filter approximiert. Der Frequenzgang des Filters ist als Abschätzung ebenfalls in Abbildung 6.22 angegeben.

## 6.6 Vermessung des piezoelektrischen Bimorphaktors

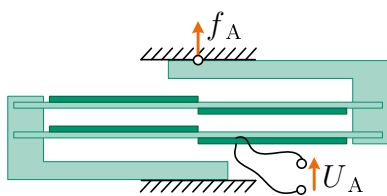
Die Vermessung des piezoelektrischen Bimorphaktors wird im Wesentlichen zur Verifizierung der Erfüllung der Anforderungen oder zur Ermittlung von Daten für die Systemsi-

mulation durchgeführt.

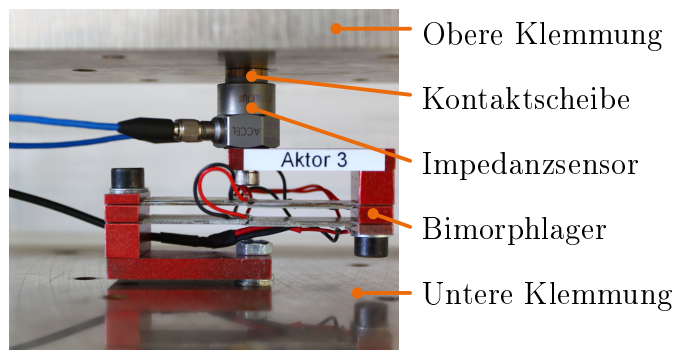
Vor seiner Auslegung werden unterschiedliche Anforderungen an den Bimorphaktor, etwa auf Basis eines Pflichtenheftes, gestellt. Mögliche Anforderungen sind in Abbildung 6.1 angegeben. Nach erfolgtem Aufbau des Aktors wird die Erfüllung der Anforderungen durch Messungen überprüft. Dazu sind die Messung der Blockierkraft, die Bestimmung der ersten und zweiten Resonanzfrequenz sowie des freien Hubs durchzuführen.

Für ein Simulationsmodell des Aktors sind, wie oben beschrieben, seine modalen Daten sowie sein Blockierkraftverlauf zu ermitteln. Die gewünschte Isolationswirkung des piezoelektrischen Bimorphlagers wird durch die Messung der Transmission verifiziert.

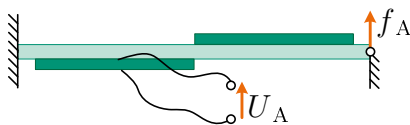
### 6.6.1 Ermittlung des Blockierkraftverlaufs



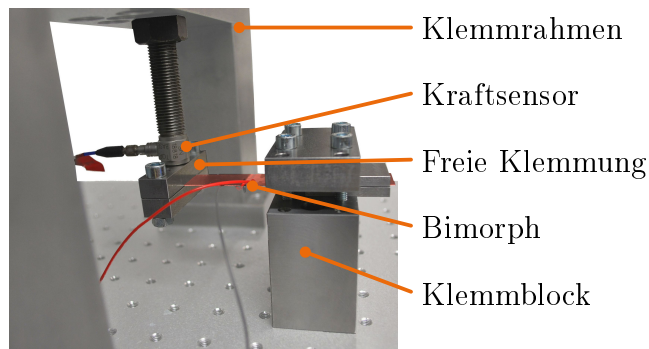
(a) Schema des Aufbaus zur Lagervermessung



(b) Beispielhafter Aufbau zur Lagervermessung



(c) Schema des Aufbaus zur Bimorphvermessung



(d) Beispielhafter Aufbau zur Bimorphvermessung

Abbildung 6.23: Messaufbauten zur Bestimmung des Blockierkraftverlaufs

Zur messtechnischen Ermittlung des Blockierkraftverlaufs sind die freien Enden des aktiven Lagers bzw. des piezoelektrischen Bimorphs so zu verklemmen, dass ihre Auslenkungen im aktorischen Betrieb vernachlässigt werden können. Somit kann auch die Qualität der Klemmung in Form von auftretender Verformung am Klemmungspunkt durch dynamische Aufnehmer bestimmt werden. Unter Voraussetzung von Linearität herrscht ein proportionaler Zusammenhang zwischen der Auslenkung an der Einspannung und dem Fehler in der gemessenen Blockierkraft.

Abbildung 6.23 zeigt auf der linken Seite das Aufbauschema zur Vermessung eines Lagers (a) bzw. eines einzelnen Bimorphs (c). Auf der rechten Seite sind Beispiele für

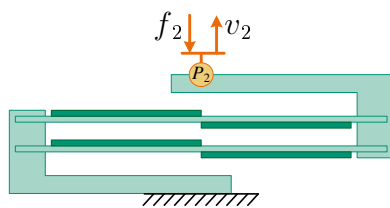


den Aufbau zur Lagervermessung (b) und zur Vermessung eines einzelnen Bimorphs (d) dargestellt. Zur Vermessung des Lagers (Abbildung 6.23 (b)) wird das Lager auf einer Grundplatte verschraubt und durch eine Aufbauplatte, die über zwei Spindeln abgesenkt werden kann, geklemmt. Der Kontakt zwischen Lager und oberer Platte wird über eine leicht gekrümmte Kontaktscheibe hergestellt. Die Kopplungspunkte des Bimorphlagers werden dabei soweit zusammengefahren, dass das Lager für die Blockierkraftmessung ausreichend vorgespannt ist. Über einen Impedanzsensor werden sowohl die Blockierkraft bestimmt als auch die auftretende Beschleunigung als Fehlergröße.

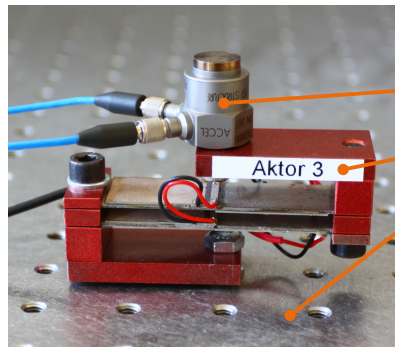
Abbildung 6.23 (d) zeigt in einem alternativen Aufbau die Montage eines Bimorphs in einem Klemmrahmen. Während der Bimorph auf einer Seite über einen Klemmblock fest eingespannt ist, kann die Klemmung auf der gegenüberliegenden Seite über eine Spindel des Klemmrahmens und der freien Klemmung verschraubt.

### 6.6.2 Ermittlung der ersten und zweiten Resonanzfrequenz

Die erste und die zweite Resonanzfrequenz des Lagers bzw. des Bimorphs können über die Punktadmittanz des Kopplungspunktes ermittelt werden. Abbildung 6.24 zeigt das Schema des Messaufbaus zur Lagervermessung (a) bzw. zur Bimorphvermessung (c).



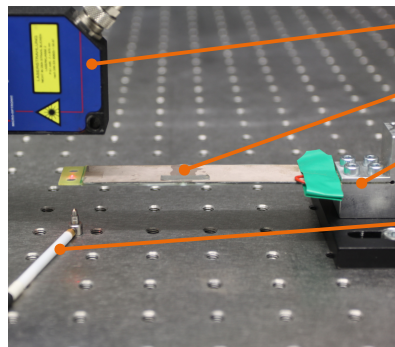
(a) Schema des Aufbaus zur Lagervermessung



(b) Beispielhafter Aufbau zur Lagervermessung



(c) Schema des Aufbaus zur Bimorphvermessung



(d) Beispielhafter Aufbau zur Bimorphvermessung

Abbildung 6.24: Messaufbauten zur Bestimmung des Blockierkraftverlaufs

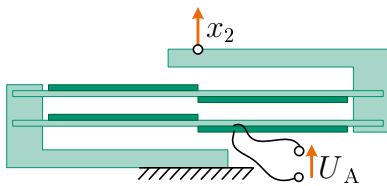
Dazu wird das Lager, wie in Abbildung 6.24 (b) dargestellt, auf einer Grundplatte verschraubt. Auf dem Lager wird ein Impedanzsensor montiert. Beispielsweise durch die

Einleitung eines Impulses kann aus dem gemessenen Kraft- und Beschleunigungssignal die Punktadmittanz des Lagers bestimmt werden.

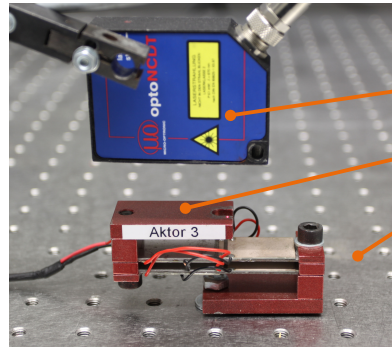
Zur Vermessung eines einzelnen Bimorphs (6.24 (d)) wird dieser einseitig in einem Klemmblock eingespannt. Das freie Ende des Bimorphs kann über einen Impulshammer mit integriertem Kraftsensor angeregt werden. Wird die Auslenkung des freien Endes über einen Triangulator mitgemessen, kann aus dem Kraft- und Wegsignal die Punktadmittanz ermittelt werden.

### 6.6.3 Ermittlung des freien Hubs

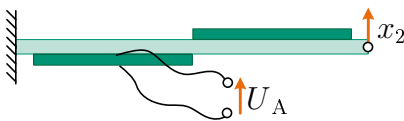
Zur Ermittlung des freien Hubs wird das Lager bzw. der Bimorph mit einer elektrischen Spannung beaufschlagt und die Dynamik des freien Endes gemessen. Das Schema des Messaufbaus ist in Abbildung 6.25 für ein Lager (a) und für einen einzelnen Bimorph (c) angegeben. Während eine Seite fest eingespannt wird, kann sich das gegenüberliegende Ende frei bewegen, im Gegensatz zur Bestimmung des Blockierkraftverlaufs.



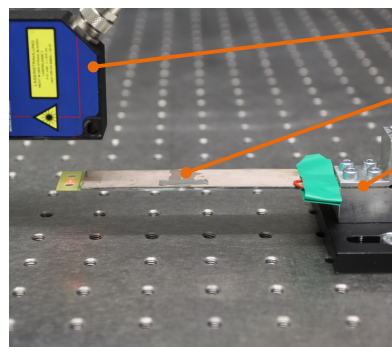
(a) Schema des Aufbaus zur Lagervermessung



(b) Beispielhafter Aufbau zur Lagervermessung



(c) Schema des Aufbaus zur Bimorphvermessung



(d) Beispielhafter Aufbau zur Bimorphvermessung

Abbildung 6.25: Messaufbauten zur Bestimmung des freien Hubs

Die Dynamik des freien Endes kann beispielsweise über einen Beschleunigungssensor, entsprechend Abbildung 6.25(b), oder über einen Lasertriangulator, entsprechend Abbildung 6.25(d), ermittelt werden. Bei der Verwendung eines Beschleunigungssensors ist die zusätzliche Sensormasse zu berücksichtigen.

### 6.6.4 Bestimmung der modalen Daten

Die zur Modellbildung benötigten modalen Daten des piezoelektrischen Lagers können über eine experimentelle Modalanalyse bestimmt werden.

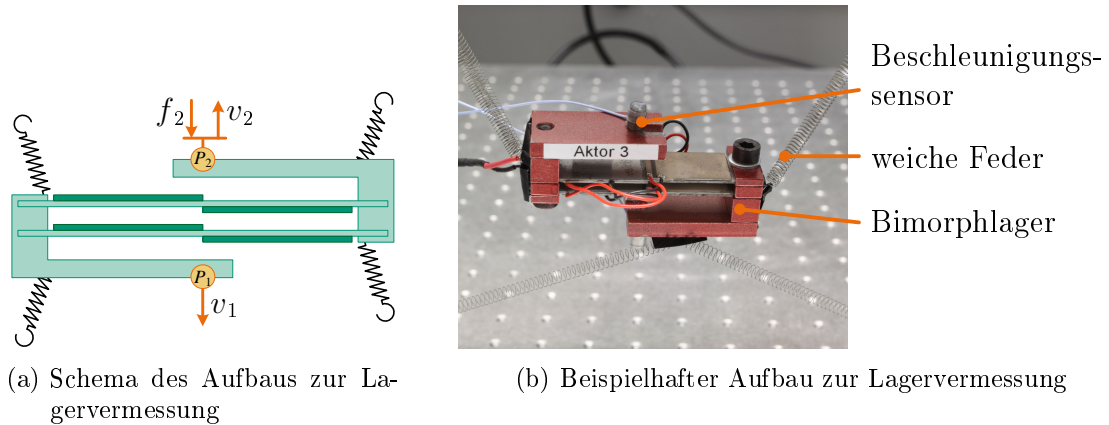


Abbildung 6.26: Messaufbauten zur Ermittlung der modalen Daten

Dazu wird das Lager, wie in Abbildung 6.26 (a) skizziert, weich aufgehängt oder gelagert. Somit wird die Einleitung von unerwünschten Umgebungsschwingungen reduziert. Anschließend wird das Lager über einen Impulshammer an einem der beiden Kopplungspunkte angeregt. Wie im konkreten Aufbau in Abbildung 6.26 (b) dargestellt, wird an beiden Kopplungspunkten beispielsweise die Beschleunigung gemessen. Mit den somit ermittelten Frequenzgängen kann in der Folge eine Modalanalyse durchgeführt werden. Das Ergebnis der Modalanalyse sind die Eigenfrequenzen, die modale Dämpfung und die Eigenvektoren des Lagers, beschränkt auf die beiden Kopplungspunkte.

### 6.6.5 Bestimmung der Transmission

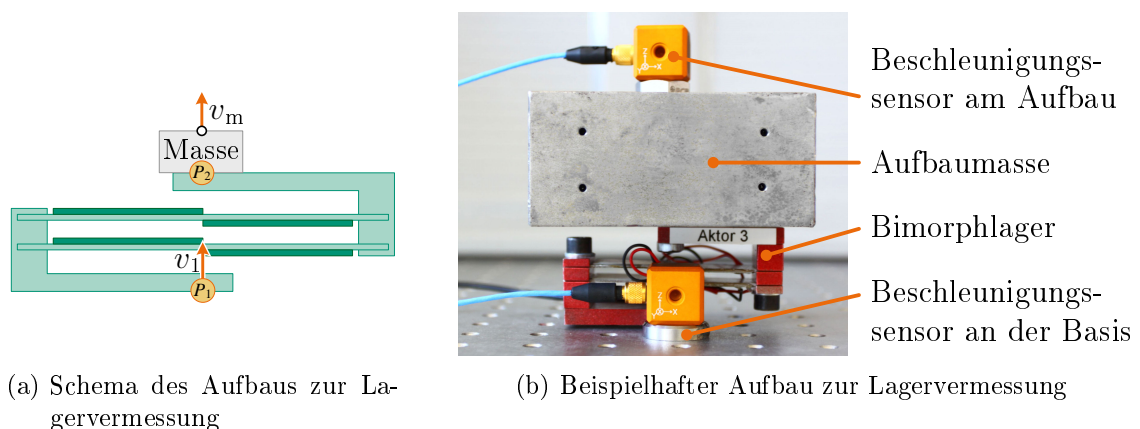


Abbildung 6.27: Messaufbauten zur Ermittlung der Transmission

Zur Bestimmung der Transmission des Lagers wird, wie in Abbildung 6.28 (a) schematisiert, die anteilige Aufbaumasse auf dem Lager positioniert. Sowohl von dem Aufstandspunkt des Lagers als auch von der Aufbaumasse wird die Punktdynamik bestimmt und

aus beiden die Transmission ermittelt. Bei dem in Abbildung 6.28 (b) exemplarisch gezeigten Messaufbau wird die Transmission zwischen zwei Beschleunigungssensoren bestimmt, während die Grundplatte über einen elektrodynamischen Schwingerreger angeregt wird. Auf dem Lager ist dabei eine Ersatzmasse befestigt, welche der anteiligen eigentlichen Aufbaumasse entspricht. Somit kann das passive Isolationsverhalten an einem Lagerpunkt bestimmt werden.

## 6.7 Anwendung des Entwicklungsschemas zur Auslegung eines piezoelektrischen Wegaktors

In diesem Kapitel werden die Entwicklungsschritte nach Abbildung 6.1 zur Auslegung von piezoelektrischen Bimorphaktoren am Beispiel eines Wegaktors durchgeführt. Der Aktor soll sowohl eine Masse von 400 g aktiv lagern als auch statisch einen bestimmten Weg stellen. Nach dem vorhandenen Pflichtenheft hat der Aktor folgende Zielwerte zu erfüllen:

- Der statische Stellweg soll  $s_{\text{stat,soll}} = 0,7 \text{ mm}$  betragen.
- Die erste Eigenfrequenz zur passiven Isolation bei 400 g Masse soll bei  $f_{1,\text{soll}} = 5 \text{ Hz}$  liegen.
- Der Sollwert der zweiten Eigenfrequenz ergibt sich aus dem Einsatzfrequenzbereich zu  $f_{2,\text{soll}} = 500 \text{ Hz}$  bei 400 g Masse.
- Der Kraftbedarf zur überlagerten aktiven Isolation liegt bei  $f_{\text{A,soll}} = 0,01 \text{ N}$ .

Die Minimierung der skalaren Zielfunktion

$$g(\vec{p}) = \frac{|s_{\text{stat,ist}}(\vec{p}) - s_{\text{stat,soll}}(\vec{p})|}{s_{\text{stat,soll}}(\vec{p})} + \frac{|f_{1,\text{ist}}(\vec{p}) - f_{1,\text{soll}}(\vec{p})|}{f_{1,\text{soll}}(\vec{p})} + \dots + \frac{|f_{2,\text{ist}}(\vec{p}) - f_{2,\text{soll}}(\vec{p})|}{f_{2,\text{soll}}(\vec{p})} + \frac{|f_{\text{A,ist}}(\vec{p}) - f_{\text{A,soll}}(\vec{p})|}{f_{\text{A,soll}}(\vec{p})} \quad (6.63)$$

gemäß Gleichung 6.58 führt zu den geometrischen Parametern des piezoelektrischen Bimorphs  $l_B$ ,  $b_B$ ,  $h_B$  und  $h_P$ , welche in  $\vec{p}$  beschrieben werden. Materialparameter können ebenfalls in die Optimierung mit einfließen. Hierbei werden mehrere Optimierungsdurchläufe mit unterschiedlichen Materialkennwerten durchgeführt.

| Parameter | Beschreibung                        | Wert                  |
|-----------|-------------------------------------|-----------------------|
| $l_B$     | Länge des Balkens                   | 0,0691 m              |
| $b_B$     | Breite des Balkens                  | 0,0117 m              |
| $h_B$     | Höhe des Balkens                    | 0,0005 m              |
| $h_P$     | Höhe des piezoelektrischen Elements | 0,0002 m              |
| $E_B$     | E-Modul des Balkenmaterials         | $15e9 \text{ N/m}^2$  |
| $\rho_B$  | Dichte des Balkenmaterials          | $1600 \text{ kg/m}^3$ |

Tabelle 6.2: Optimierte Parameter des piezoelektrischen Bimorphaktors

Die Ergebnisse der optimierten Parameter sind in Tabelle 6.2 aufgelistet. Entsprechend des numerischen Optimierungsergebnisses unter Verwendung des analytischen Modells erfüllt ein einseitig eingespannter Bimorphbalken die vorgegebenen Zielwerte. Im Vergleich

mit den Ergebnissen einer numerischen Modalanalyse sind die Schwingungsformen der analytischen Vorauslegung in Abbildung 6.28 dargestellt. Wie zu erkennen ist, treten lediglich geringfügige Abweichungen auf.

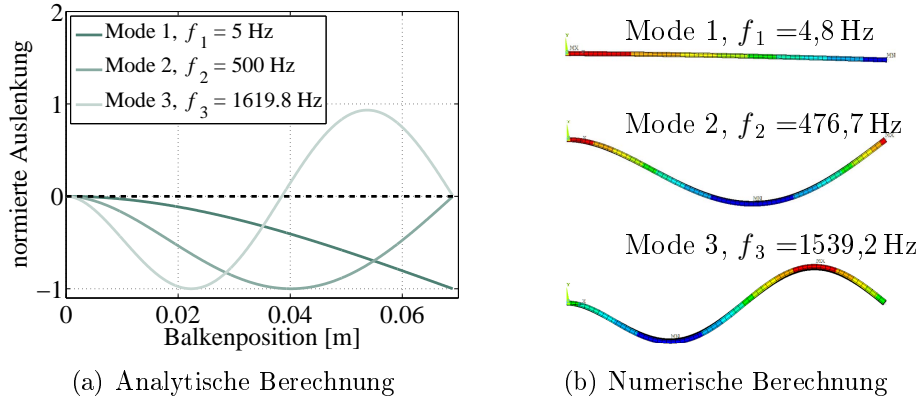


Abbildung 6.28: Eigenfrequenzen und Schwingungsformen: Vergleich zwischen analytischer und numerischer Berechnung

Zur Erzeugung des Zustandsraummodells des Aktors werden die numerischen Ergebnisse der Modalanalyse und des Blockierkraftverlaufs verwendet. Auf Basis der Modalanalyse werden die Beiträge der einzelnen Moden gemäß Gleichung 5.15 synthetisiert und als Zustandsraummodell, entsprechend des Gleichungssystems 5.16, dargestellt.

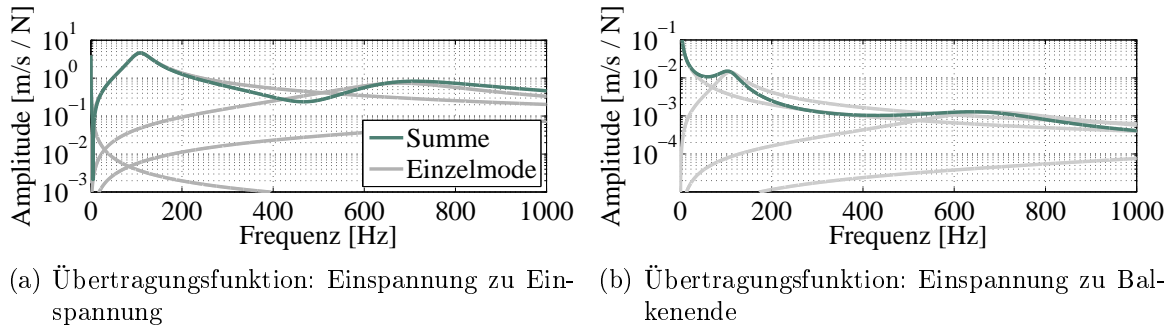


Abbildung 6.29: Modal synthetisierte Frequenzgänge des aktiven Lagers

Der aktorische Teil wird gemäß Abschnitt 6.5.2 über den Blockierkraftverlauf als IIR-Filter approximiert. Abbildung 6.30 stellt den numerisch simulierten und den approximierten Verlauf der Blockierkraft dar, welche ausreichend gut übereinstimmen.

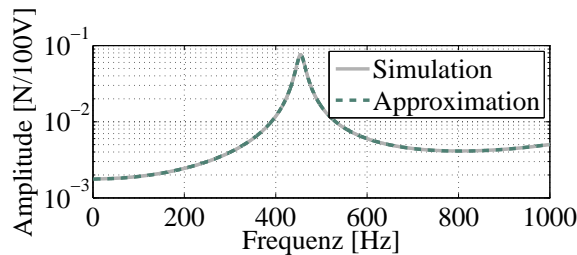


Abbildung 6.30: Durch IIR-Filter approximierter Blockierkraftverlauf

In Abbildung 6.29 sind die Übertragungsfunktionen des freien Balkenendes bzw. der Einspannung zum freien Balkenende dargestellt. Das daraus abgeleitete Zustandsraummodell bildet den strukturdynamischen Teil des Aktors zur Verwendung in der Systemsimulation.

Das in der Systemsimulation verwendbare Modell ist in Abbildung 6.31 sowohl als integrierbarer Block als auch im Detail dargestellt.

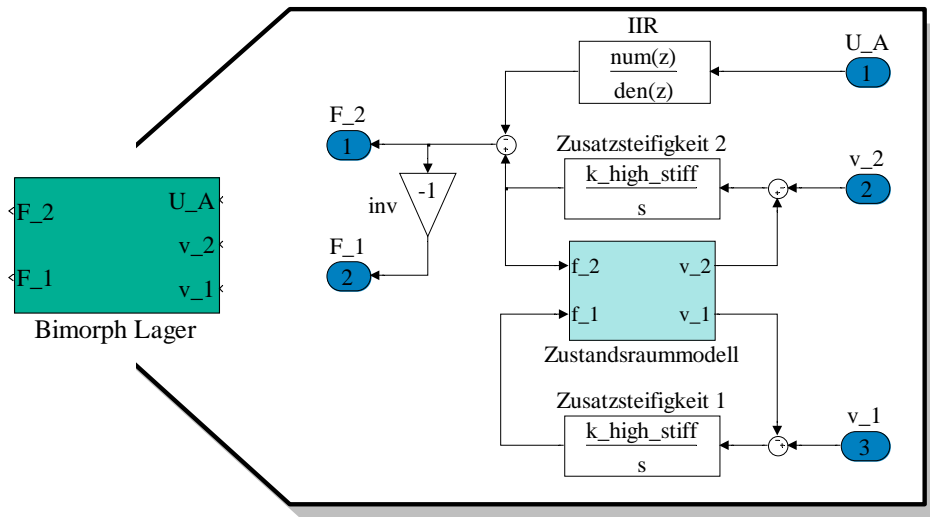


Abbildung 6.31: Simulationsmodell des aktiven Bimorphaktors

Gemäß des in Abbildung 6.18 vorgestellten Schemas werden das Zustandsraummodell und der IIR-Filter zu einem Modell des piezoelektrischen Bimorphaktors zusammengefügt. Die Zusatzsteifigkeiten werden ausreichend hoch eingestellt, so dass die durch sie erzeugte Resonanz keine Amplituden- oder Phasenauswirkung auf den betrachteten Frequenzbereich besitzt.

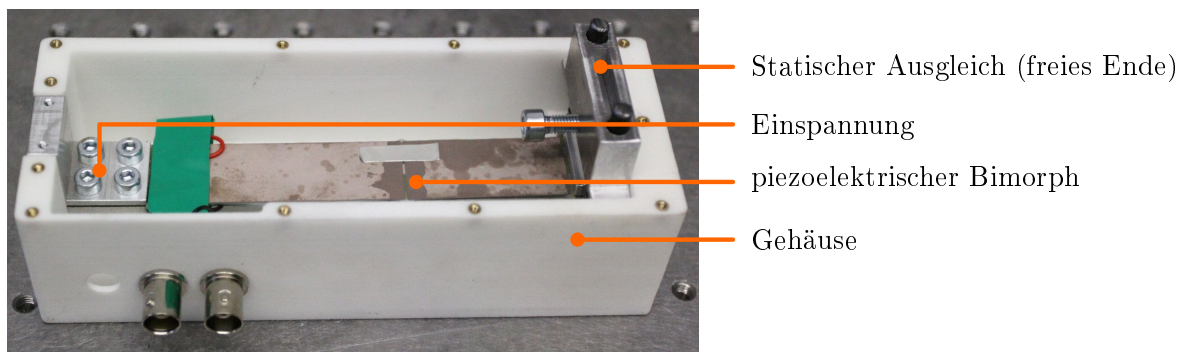


Abbildung 6.32: Aufbau des piezoelektrischen Wegaktors

Den prototypisch aufgebauten piezoelektrischen Bimorphaktor zeigt Abbildung 6.32. Während der Aktor auf einer Seite fest eingespannt ist, kann das gegenüberliegende Ende frei schwingen. Der statische Ausgleich am freien Ende ermöglicht zusätzlich die Montage der Aufbaumasse.

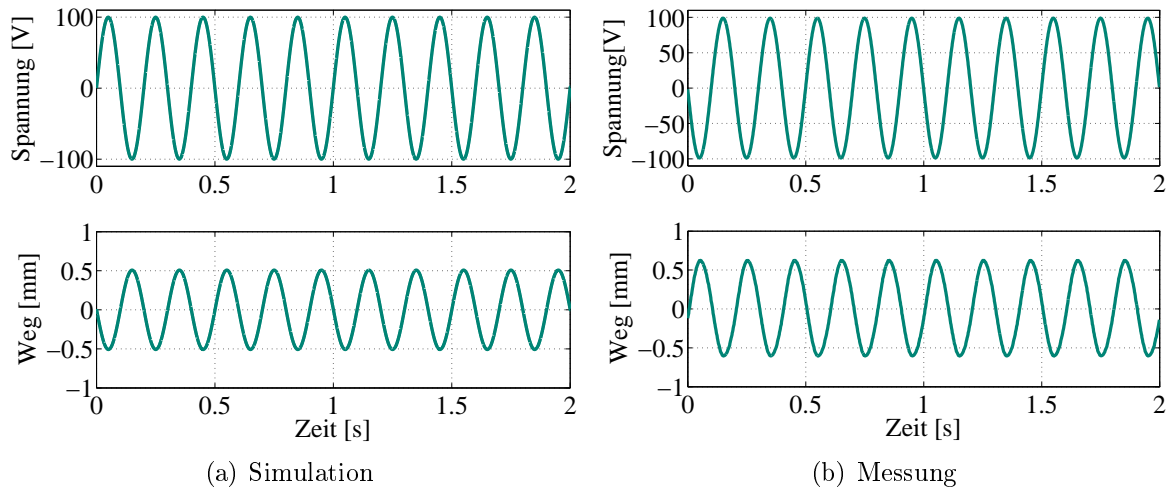


Abbildung 6.33: Zeitsignalverläufe der Aktorspannung und des sich einstellenden Weges am freien Balkenende ohne Zusatzlast (Resonanzfrequenz ca. 35 Hz)

Der Stellweg des prototypisch aufgebauten Aktors als Reaktion auf eine angelegte elektrische Spannung zeigt gemäß Abbildung 6.33 (b) eine gute Übereinstimmung mit dem simulierten Verlauf aus 6.33 (a). Der Aktor ist somit in der Lage, den geforderten Weg zu stellen. Zur Vorauslegung des Prototyps und zur späteren Beurteilung der Qualität des Simulationsmodells des piezoelektrischen Bimorphaktors wird der Aktor mit der maximal zulässigen elektrischen Spannungsamplitude von 100 V 0-p beaufschlagt. Der gemessene Stellweg wird mit dem entsprechenden simulierten Ergebnis verglichen. Die Verläufe des Zeitsignals des Spannungs- und Wegverlaufs gehen aus Abbildung 6.33 hervor.

## 6.8 Zusammenfassung und Fazit zur Auslegung aktiver Bimorphaktoren

Dieses Kapitel umfasst alle Schritte zur Entwicklung eines piezoelektrischen Bimorphaktors. Ausgehend von zwei grundlegenden Konstruktionsprinzipien, den einseitig und den zweiseitig eingespannten Balken, wird die analytische Beschreibung zur Ableitung statischer und dynamischer Eigenschaften des Bimorphs vorgestellt. Die analytische Beschreibung wird zur automatisierten geometrischen Optimierung des Aktors verwendet. Anschließend werden Möglichkeiten zur konstruktiven Umsetzung mit ihren Vor- und Nachteilen aufgelistet.

Der konstruktive Entwurf kann damit in einer numerischen Simulation anhand der Zielparameter validiert werden. Aufbauend auf numerischen Daten wird ebenso das Vorgehen dargestellt, ein dynamisches Modell des Bimorphs in die Simulationsumgebung zu integrieren. Analog zur Modellierung des Aufbaus wird ein passives dynamisches Teilmodell auf Basis modaler Daten gebildet. Das aktorische Teilmodell des Bimorphaktors wird über eine Approximation des numerisch ermittelten Blockierkraftverlaufs über einen IIR-Filter aufgebaut. Nach der Fertigung sind bestimmte Messungen zur Charakterisierung des Lagers sinnvoll. Die Messaufbauten und die Messziele werden im Folgenden beschrieben. Ebenso kann das Modell des Bimorphaktors anschließend durch gemessene modale Daten

und den gemessenen Blockierkraftverlauf angepasst werden.

Das gegebene Beispiel eines Bimorphaktors zur Stellung eines hohen Weges belegt die Effektivität der Auslegungsmethodik auch bei extremen Anforderungen an einen Bimorphaktor.



# 7 Piezoelektrischer Beschleunigungssensor

Dieses Kapitel beschreibt die Entwicklungsschritte eines empfindlichen piezoelektrischen Beschleunigungssensors zur Messung geringer Beschleunigungsamplituden. Wie aus Abbildung 7.1 hervorgeht, entspricht der prinzipielle Ablauf dem der Auslegung eines Bimorph-aktors aus Kapitel 6. Lediglich der Inhalt der jeweiligen Entwicklungsschritte ist entsprechend angepasst. So sind die Zielparameter zur Auslegung des Sensors seine maximalen

| <i>Entwicklungsschritt</i>                     | <i>Inhalt des Entwicklungsschrittes</i>  |
|--|--|
| Erstellung Pflichtenheft (Ebene 1)             | Simulationsgestützte Definition von Zielparametern: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Maximale Abmessungen</li> <li>• Sensitivität</li> <li>• Untere Eckfrequenz (Elektronik)</li> <li>• Obere Eckfrequenz (Mechanik)</li> </ul>  |
| Analytische Auslegung (Ebene 1)                | Optimierung des Sensors über freie Parameter: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dimensionen Biegefeder und Sensorpatch</li> <li>• Einseitige oder beidseitige Einspannung</li> <li>• Rechteckige oder dreieckige (dehnungsoptimierte) Feder</li> </ul>                  |
| Konstruktive Umsetzung (Ebene 2)               | Realisierung: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Konstruktive Anpassung der analytischen Daten</li> <li>• Erstellung einer konkreten Konstruktion</li> </ul>   |
| Numerische Verifizierung (Ebene 2)             | Überprüfung und Ableitung von Modellierungsparametern: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ggf. Überprüfung der Erreichung der Zielparameter</li> <li>• Ableitung der zur Einbindung in die Systemmodellierung notwendigen Daten: Sensitivität und Eigenformen</li> </ul> |
| Einbindung in die Systemmodellierung (Ebene 2) | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Integration des Verlaufs der Sensitivität über Filteradaptation</li> </ul>  |
| Aufbau und Vermessung (Ebene 3)                | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ggf. Umsetzung von Korrekturmaßnahmen</li> <li>• Fertigung des Sensors</li> <li>• Vermessung des Sensors: Sensitivität und Frequenzbereich</li> </ul>   |

Abbildung 7.1: Schritte zur Entwicklung des piezoelektrischen Bimorphsensors

Abmessungen, die Sensitivität und der zu messende Frequenzbereich. Die untere Eckfrequenz des Frequenzbereichs wird dabei maßgeblich von der Elektronik bestimmt, während sich die obere Eckfrequenz von der ersten mechanischen Resonanz ableiten lässt. Ebenfalls in Anlehnung an die Beschreibung des Aktors wird in Abschnitt 7.3 das analytische Modell zur Auslegung piezoelektrischer Bimorphsensoren vorgestellt, welches die Grundlage für eine automatisierte Optimierung ist. Möglichkeiten der konstruktiven Umsetzung des Sensors zeigt Abschnitt 7.4. Aufbauend auf dem Konstruktionskonzept kann der Sensor numerisch verifiziert und in die Systemsimulation integriert werden. Die Integration kann dabei über den Verlauf der Sensitivität entweder analytisch oder entsprechend des Vorgehens aus Kapitel 6.5.2 über eine IIR-Filteranpassung erfolgen. Die Integration des Sensors in die Systemsimulation wird in diesem Kapitel nicht weiter behandelt. Wie in Abschnitt 7.5 vorgestellt, werden im letzten Entwicklungsschritt die Entwicklungsziele messtechnisch verifiziert.

## 7.1 Mögliche Bauweisen von Biegesensoren

Ein Beschleunigungssensor nach dem Biegeprinzip kann analog der Bauweisen des piezoelektrischen Bimorphaktors aufgebaut werden. Zur Ausgabe eines Signals proportional der Beschleunigung des Sensors muss zusätzlich eine seismische Masse integriert werden.

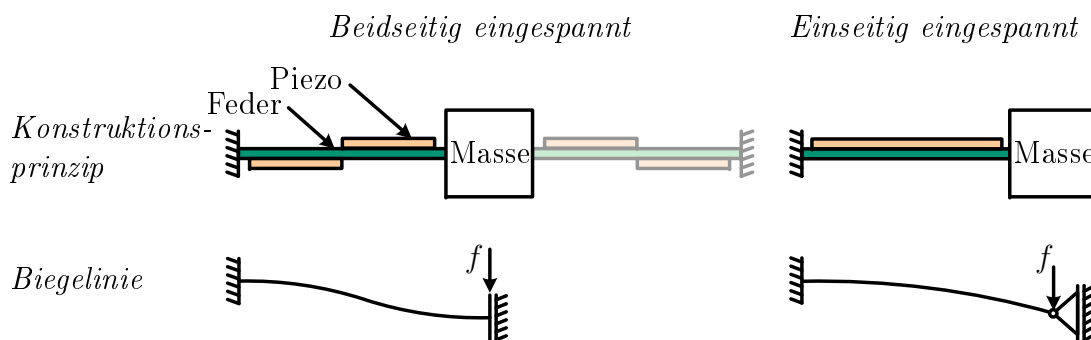


Abbildung 7.2: Konstruktionsprinzipien eines Biegesensors

## 7.2 Grundsätzliches Sensorverhalten

Wie einführend beschrieben, sind für die Auslegung eines Beschleunigungssensors seine Empfindlichkeit (oder Sensitivität), sein Einsatzfrequenzbereich und sein Rauschverhalten relevant. Ausgehend von diesen Auslegungsgrößen sind zwei Verhaltensmerkmale des Sensors charakteristisch:

- Der Verlauf der Sensitivität
- Das Rauschleistungsdichtespektrum des Sensors

Abbildung 7.3 zeigt den prinzipiellen Verlauf der Empfindlichkeit eines Beschleunigungssensors. Sein Einsatzfrequenzbereich wird nach unten von einem Empfindlichkeitsabfall und nach oben von einem Empfindlichkeitsanstieg begrenzt. Der Abfall kann durch die signalverarbeitende Elektronik beeinflusst werden, während der Anstieg von der durch die Sensormechanik bedingte Resonanz abhängt. Im Einsatzfrequenzbereich selbst liegt ein über die Frequenz relativ konstanter Verlauf der Empfindlichkeit vor.

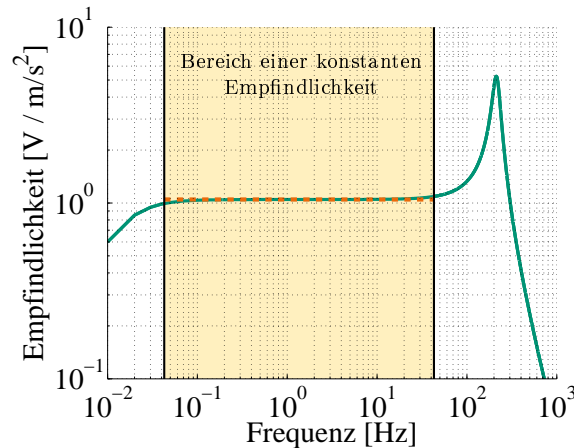


Abbildung 7.3: Typischer Verlauf der Sensorempfindlichkeit

Die analytische Beschreibung des Empfindlichkeitsverlaufs findet sich im Abschnitt 7.3.1.

Abbildung 7.4 stellt den prinzipiellen Verlauf des Rauschsignals eines Beschleunigungssensors dar. Wie u. a. Barzilai et al. (1998) oder Harkey und Kenny (2000) beschreiben, kann das Rauschleistungsdichtespektrum in die Bereiche des  $1/f$ -Rauschens und des Johnson- oder Wärmerausens aufgeteilt werden. Wie Harley beschreibt, verursachen

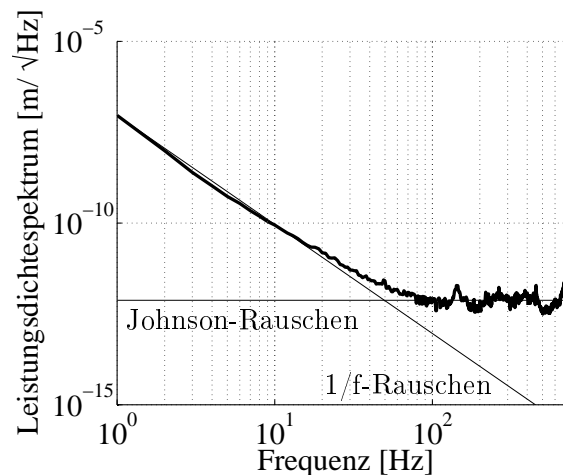


Abbildung 7.4: Typischer Verlauf des Dichtespektrums der Rauschleistung

Fluktuationen der Leitfähigkeit von Widerständen das  $1/f$ -Rauschen und der Einfluss thermischer Energie auf Widerstände das Wärmerausens. Somit wird der Verlauf der Rauschleistung durch das Verhalten elektrischer Widerstände bestimmt. Da ein piezoelektrisches Element als Kapazität idealisiert werden kann, wird das Rauschen eines piezoelektrischen Beschleunigungsaufnehmers maßgeblich durch seine elektrische Verschaltung

beeinflusst. Während das 1/f-Rauschen bei entsprechendem Amplitudenbezug über der Frequenz abnimmt, entspricht das Wärmerauschen einem Signal mit konstanter Amplitude.

## 7.3 Analytisches Modell des piezoelektrischen Biegesensors

### 7.3.1 Berechnung des Verlaufs der Sensorempfindlichkeit

Eine analytische Beschreibung des mechanisch-elektrischen Verhaltens eines Beschleunigungssensors ist durch Yu und Lan (2001) gegeben. Eine grundlegende Gleichung, die das Verhältnis zwischen der Beschleunigung des Fußpunkts  $\ddot{x}_0$  und dem Spannungsausgang  $e_0$  beschreibt, ist demnach

$$\frac{E_0(s)}{\ddot{X}_0(s)} = S_S \frac{\tau \cdot s}{\tau \cdot s + 1} \cdot \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 + \omega_0^2} \quad (7.1)$$

Dabei fasst die elektrische Zeitkonstante  $\tau$  entsprechend

$$\tau = RC \quad (7.2)$$

den elektrischen Sensorwiderstand  $R$  und die Sensorkapazität  $C$ , welche die Kapazitäten des piezoelektrischen Materials, des Kabels und des Verstärkers beinhaltet, zusammen. Die Kapazität des piezoelektrischen Materials  $C_P$  ergibt sich dabei nach Preumont (2002) zu

$$C_P = \epsilon_0 \epsilon_{33}^T \cdot \frac{b_P l_P}{h_P} \quad (7.3)$$

mit der elektrischen Feldkonstante  $\epsilon_0 = 8,8542... \cdot 10^{-12}$  und der Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_{33}^T$  des piezoelektrischen Materials.

Die erste mechanische Eigenfrequenz des Sensors ist durch  $\omega_0$  direkt gegeben, während sich die Empfindlichkeit des Sensors  $S_S$  über

$$S_S = S_E \cdot S_M = (K_q/C) \cdot (m_S/k_S) \quad (7.4)$$

berechnen lässt. Während die elektrische Empfindlichkeit  $S_E$  durch den Ladungsausgang des Sensors pro Einheitsverschiebung  $K_q$  beeinflusst wird, ist die mechanische Empfindlichkeit  $S_M$  durch die mechanische Steifigkeit  $k_S$  und die seismische Sensormasse  $m_S$  definiert. Die Sensorempfindlichkeit wird somit direkt durch Gleichung 7.4 beschrieben.

Der empfohlene Einsatzfrequenzbereich des Sensors kann nach Yu und Lan (2001) über die Untergrenze

$$f_1 = \frac{3}{\tau} \quad (7.5)$$

und die Obergrenze

$$f_2 = \frac{f_0}{5}, \quad (7.6)$$

mit der Eigenfrequenz des Sensors  $f_0$ , berechnet werden.

Die meisten Parameter aus Gleichung 7.1 bis Gleichung 7.4 sind direkt gegebene physikalische Größen bzw. Materialkonstanten. Die Sensorsteifigkeit  $k_s$  kann analog zur Steifigkeitsberechnung des Aktors aus Abschnitt 6.3.1 ermittelt werden. Somit ist zur Berechnung des Verlaufs der Sensorempfindlichkeit aus Gleichung 7.1 noch der Ladungsausgang des Sensors pro Einheitsverschiebung  $K_q$  aus Gleichung 7.4 zu bestimmen, der im folgenden Abschnitt hergeleitet wird.

### 7.3.2 Bestimmung des Ladungsausgangs des Sensors bei Einheitsverschiebung

Der Ladungsausgang des Beschleunigungssensors wird über die sich im piezoelektrischen Element einstellende Dehnung bestimmt. Dazu wird über die Steifigkeit des Bimorphs  $k_B$  nach Gleichung 6.9 zunächst mit

$$f = k_B \cdot w(l_B) \quad (7.7)$$

die benötigte Kraft am Balkenende berechnet, welche eine Einheitsverschiebung des Balkenendes  $w(l_B) = 1$  m bewirkt. Das Einsetzen von Gleichung 7.7 in Gleichung 6.15 führt zur Biegelinie des Bimorphs  $w(x)$  bei einer Einheitsverschiebung des Balkenendes. Für den beidseitig eingespannten Fall wird zusätzlich die Biegelinie aus Gleichung 6.16 mit dem Moment  $M_{add}$  nach Gleichung 6.18 superponiert.

Die zweifache örtliche Ableitung der Biegelinie  $\frac{d^2 w(x)}{dx^2}$  führt zum Krümmungsverlauf des Balkens  $w''(x)$ . Der Verlauf der mittleren Dehnung des piezoelektrischen Elements berechnet sich gemäß

$$\epsilon_P(x) = \left( z_s + \frac{h_P}{2} \right) \cdot w''(x) \quad (7.8)$$

aus dem Krümmungsverlauf und dem Hebelarm zur Neutralen Faser. Durch die Integration der Dehnung über die Länge des piezoelektrischen Elements zwischen den Ortskoordinaten  $x_{1,P}$  und  $x_{2,P}$  lässt sich abschließend die Gesamtladung

$$Q = -E_P \cdot \int_{x_{1,P}}^{x_{2,P}} d_{31} \epsilon_P(x) b_P(x) dx \quad (7.9)$$

des piezoelektrischen Bimorphs berechnen. Erfolgt die Berechnung der Ladung unter Aufbringung einer Einheitsverschiebung des Balkenendes, gilt

$$Q(w(l_B) = 1) = K_q \quad (7.10)$$

In den folgenden Abschnitten wird der Ladungsausgang bei Einheitsverschiebung für den einseitig und den beidseitig eingespannten Balken hergeleitet. Dabei werden folgende Vereinfachungen getroffen:

- Die Balkenbreite ist konstant ( $b_P = \text{konst.}$ ).
- Das piezoelektrische Element ist einseitig bzw. im beidseitig eingespannten Fall wechselseitig appliziert.
- Das piezoelektrische Element besitzt die gleiche Länge wie der Balken ( $l_P = l_B$ ) bzw. die halbe Länge im beidseitig eingespannten Fall ( $l_{Pi} = l_B/2$ ).

### Berechnung des Ladungsausgangs bei Einheitsverschiebung des einseitig eingespannten Sensors

Mit der Steifigkeit des einseitig eingespannten Bimorphs aus Gleichung 6.17 kann nach Gleichung 7.7 die Kraft zur Bewirkung einer Einheitsabsenkung des Balkenendes berechnet werden. Über die Kraft kann nun die Biegelinie aus Gleichung 6.15 zu

$$w(x) = \frac{3}{l_B^3} (l_B - x) \quad (7.11)$$

aufgestellt werden. Zweifaches Ableiten führt zur Krümmung, über welche nach Gleichung 7.8 der Dehnungsverlauf im piezoelektrischen Material

$$\epsilon_P(x) = \left( z_S + \frac{h_P}{2} \right) \cdot \frac{3}{l_B^3} (l_B - x) \quad (7.12)$$

aufgestellt werden kann. Gemäß Gleichung 7.9 ergibt sich die Ladung bei einer Einheitsverschiebung des freien Endes des einseitig eingespannten Sensors zu

$$Q_B = K_q = -E_P d_{31} \frac{3 b_P}{2 l_B} \left( z_S + \frac{h_P}{2} \right) . \quad (7.13)$$

### Berechnung des Ladungsausgangs bei Einheitsverschiebung des beidseitig eingespannten Sensors

Im beidseitig eingespannten Fall ergibt sich die Biegelinie des sensorischen Bimorphs aus der Superposition der Biegelinien aus Gleichung 6.15 und 6.16 mit der Kraft und dem zusätzlichen Moment aus Gleichung 7.7 bzw. 6.18 zu

$$w(x) = 3 \left( \frac{x}{l_B} \right)^2 - 2 \left( \frac{x}{l_B} \right)^3 . \quad (7.14)$$

Über die Dehnungsverläufe der beiden wechselseitig angeordneten piezoelektrischen Elemente

$$\epsilon_{P1}(x) = \left( z_S + \frac{h_P}{2} \right) \cdot \frac{6}{l_B^3} (l_B - 2x) \quad \text{und} \quad (7.15)$$

$$\epsilon_{P2}(x) = - \left( z_S + \frac{h_P}{2} \right) \cdot \frac{6}{l_B^3} (l_B - 2x) \quad (7.16)$$

ergibt sich mit

$$Q_B = K_q = -E_P d_{31} \frac{3 b_P}{2 l_B} \left( z_S + \frac{h_P}{2} \right) \quad (7.17)$$

der Ladungsausgang des beidseitig eingespannten Bimorphs bei einer Einheitsabsenkung. Wie der Vergleich zwischen Gleichung 7.17 und Gleichung 7.13 zeigt, ist der Ladungsausgang des Sensors bei einer Einheitsspannung der beiden Konstruktionsprinzipien identisch.

## 7.4 Möglichkeiten der konstruktiven Umsetzung des piezoelektrischen Beschleunigungssensors

Der prinzipielle Aufbau der piezoelektrischen Beschleunigungssensoren entspricht der Konstruktion des Bimorphaktors aus Kapitel 6.4.1. Im Gegensatz zu dem aktorischen Aufbau ist die seismische Masse des Beschleunigungssensors konstruktiv zu berücksichtigen. Mögliche Bauweisen piezoelektrischer Biegesensoren sind in Abbildung 7.5 gezeigt.

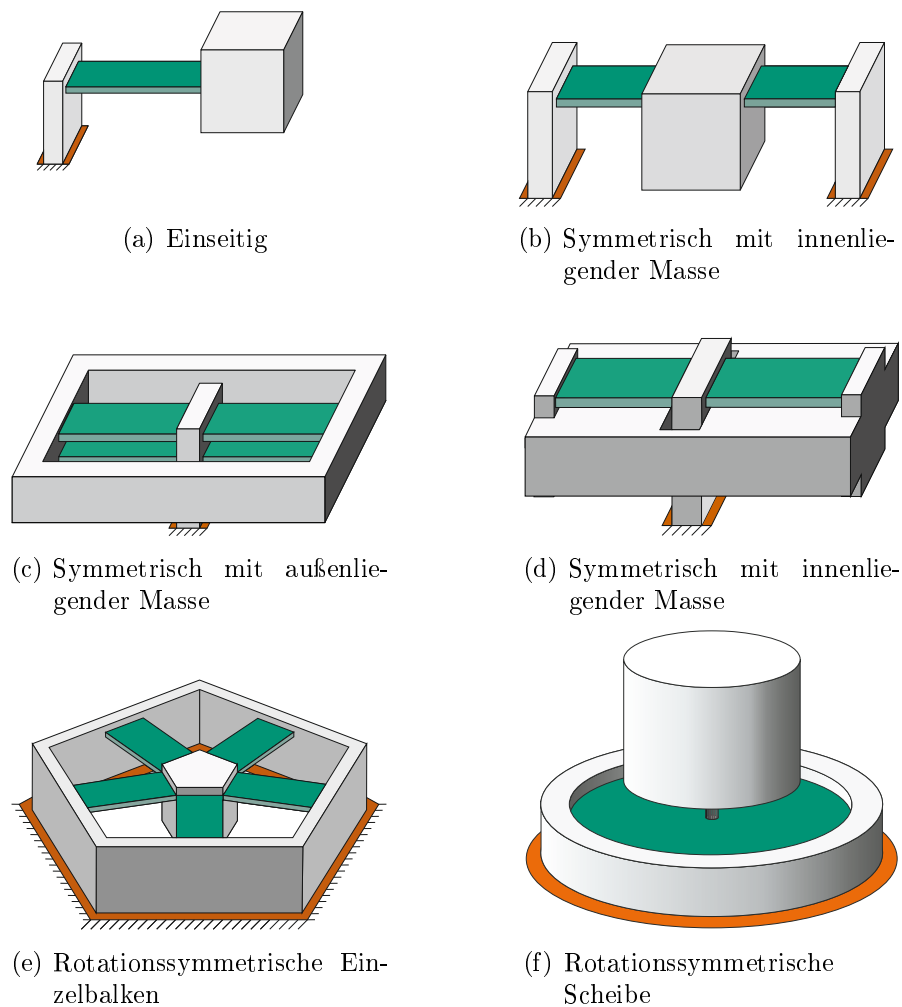
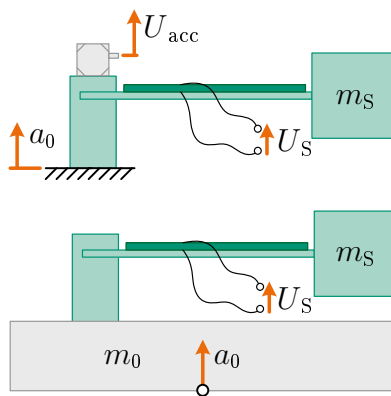


Abbildung 7.5: Konstruktionsmöglichkeiten zum Aufbau eines piezoelektrischen Bimorph-Beschleunigungssensors

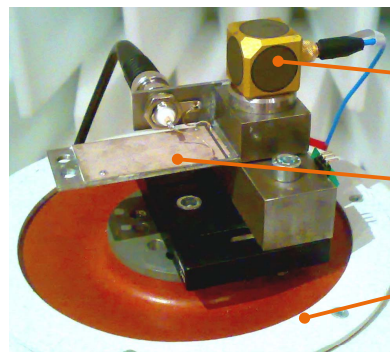
## 7.5 Vermessung des piezoelektrischen Beschleunigungssensors

### 7.5.1 Bestimmung der Sensitivität

Eine Möglichkeit zur Bestimmung des Verlaufs der Sensitivität eines Beschleunigungssensors ist der Vergleich des zu vermessenden Sensors mit einem Beschleunigungssensor bekannter Sensitivität. Alternativ kann der Sensor auf einer bekannten Masse positioniert werden. Wird die Masse mit einer bekannten Kraft angeregt, etwa durch einen Impulshammer, kann die Empfindlichkeit des Sensors aus dem Wert der Masse und dem Kraftsignal berechnet werden.



(a) Schema des Aufbaus zur Bestimmung der Sensitivität



(b) Beispielhafter Aufbau zur Lagervermessung

Abbildung 7.6: Messaufbauten zur Bestimmung der Sensorsensitivität

### 7.5.2 Bestimmung des Sensorrauschens

Zur Bestimmung des Rauschsignals eines empfindlichen Beschleunigungssensors kann der Sensor entweder von seiner Umgebung isoliert oder in einer vibrationsarmen Umgebung auf hartem Untergrund positioniert werden.

Wird der Sensor von seiner Umgebung isoliert, ist zu berücksichtigen, dass der Frequenzbereich der Messung von der Resonanz des Isolationsaufbaus nach unten begrenzt wird. Somit ist eine niedrige Resonanzfrequenz und eine geringe Dämpfung der Isolation von Vorteil. Die Isolation des Sensors kann entweder durch ein Masse-Feder-System oder durch ein Massependel erreicht werden. Da piezoelektrische Sensoren eine prinzipbedingte untere Eckfrequenz besitzen, ist die Abstimmung einer Isolation mit ausreichendem Abstand der Isolationsresonanz zur sensorischen Eckfrequenz in der Regel möglich. Das Prinzip der Vermessung mittels Pendelisolation ist in Abbildung 7.7 (a) dargestellt. Die Eigenfrequenz des Pendels lässt sich über

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l_P}} \quad (7.18)$$

mit der Erdbeschleunigung  $g$  und der Pendellänge  $l_P$  berechnen.



Die Bestimmung des Sensorrauschens in einer vibrationsarmen Umgebung ist in Barzilai et al. (1998) beschrieben. Aufgrund des idealerweise geringen, aber vorhandenen Hintergrundsignals, ermittelt er das Rauschen durch eine Vergleichsmessung zwischen zwei Sensoren mit ähnlichen Übertragungsfunktionen. Das Blockschaltbild des der Berechnung zugrunde liegenden Schemas ist in Abbildung 7.8 dargestellt. Die Ausgangssignale  $X$  und  $Y$  der Sensoren ergeben sich aus dem identischen Eingangssignal  $U$ , der überlagerten Rauschsignale  $N$  bzw.  $M$  sowie der Übertragungsfunktionen der Sensoren  $H_1(\omega)$  bzw.  $H_2(\omega)$ .

Zur Berechnung des Rauschleistungsdichtespektrums (NSD) wird zunächst die Kohärenz der Ausgangssignale

$$\gamma^2_{XY}(\omega) = \frac{|G_{XY}(\omega)|^2}{|G_X(\omega)| |G_Y(\omega)|} \quad (7.19)$$

bestimmt, welche die Ähnlichkeit der Leistungsdichtespektren  $G_X(\omega)$  und  $G_Y(\omega)$  beschreibt.

Das Autoleistungsdichtespektrum (PSD)  $G_X(\omega)$  des Zeitsignals  $X$  kann über

$$|G_X(\omega)| = \frac{2}{n_d T} \sum_{i=1}^{n_d} |X_i(\omega, T)|^2 \quad (7.20)$$

bestimmt werden. Darin wird die Mittelungsanzahl  $n_d$  und die Periodendauer  $T$  der Zeit-

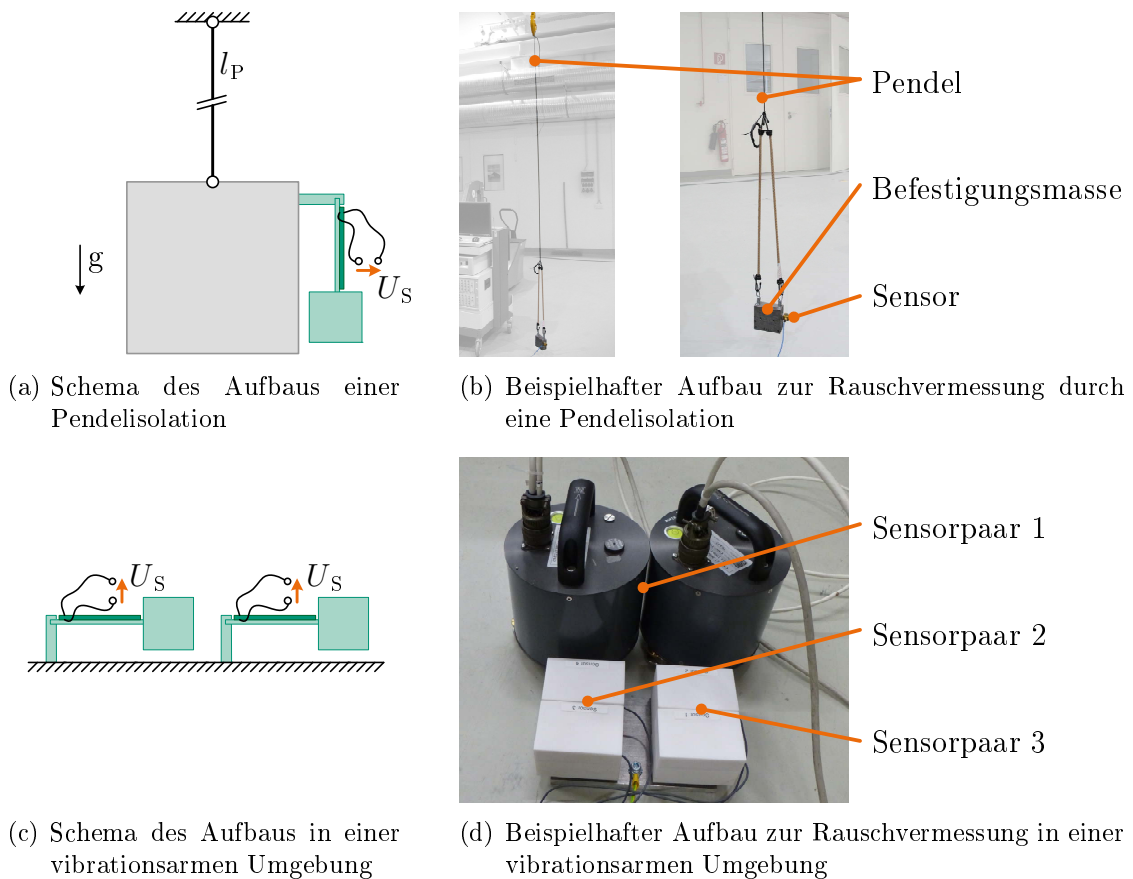


Abbildung 7.7: Messaufbauten zur Bestimmung des Sensorrauschens

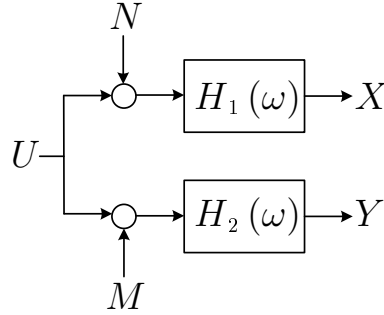


Abbildung 7.8: Blockdiagramm zur Bestimmung des Sensorrauschens nach Barzilai et al. (1998)

signalabschnitte  $X_i$  berücksichtigt. Das Kreuzleistungsdichtespektrum (CSD)  $G_{XY}$  der Signale  $X$  und  $Y$  ergibt sich analog zu

$$|G_{XY}(\omega)| = \frac{2}{n_d T} \sum_{i=1}^{n_d} |X_k^*(\omega, T)| |Y_i(\omega, T)| . \quad (7.21)$$

Über diese Beziehungen kann gemäß Barzilai et al. (1998) in wenigen Zwischenschritten das Rauschleistungsdichtespektrum  $G_N(\omega)$  mit

$$|G_N(\omega)| = |G_X(\omega)| \left(1 - \sqrt{\gamma_{XY}^2(\omega)}\right) \quad (7.22)$$

hergeleitet werden.

## 7.6 Anwendung des Entwicklungsschemas zur Auslegung eines piezoelektrischen Beschleunigungssensors

In diesem Abschnitt wird das Entwicklungsschema nach Abbildung 7.1 zur Auslegung von piezoelektrischen Bimorphsensoren am Beispiel eines Beschleunigungssensors mit hoher Empfindlichkeit durchgeführt. Das auf Basis einer Vorauslegung aufgestellte Pflichtenheft des Sensors umfasst folgende Punkte

- Sensorempfindlichkeit  $S_{S,\text{soll}} = 10 \text{ V/g}$
- Erste Eigenfrequenz zur passiven Isolation  $f_{1,\text{soll}} = 2 \text{ Hz}$
- Zweite Eigenfrequenz aus dem Einsatzfrequenzbereich  $f_{2,\text{soll}} = 100 \text{ Hz}$

Wie aus Gleichung 7.5 hervorgeht, kann  $f_2$  über Parameter der elektrischen Sensorschaltung ausgelegt werden. Die analytische Geometrieoptimierung erfolgt somit über die beschränkte Minimierung der skalaren Funktion

$$g(\vec{p}) = \frac{|S_S - S_{S,\text{soll}}|}{S_{S,\text{soll}}} + \frac{|f_2 - f_{2,\text{soll}}|}{f_{2,\text{soll}}} \quad (7.23)$$

unter Berücksichtigung von  $S_S$  gemäß Gleichung 7.4 und  $f_2$  gemäß Gleichung 7.6. Der Vektor  $\vec{p}$  umfasst die zu optimierenden skalaren Geometriegrößen. In diesem Fall sind

dies die Breite  $b_B$ , die Länge  $l_B$  und die Höhe  $h_B$  des Sensorbalkens, die Höhe  $h_P$  des piezoelektrischen Elements sowie die Sensormasse  $m_S$ .

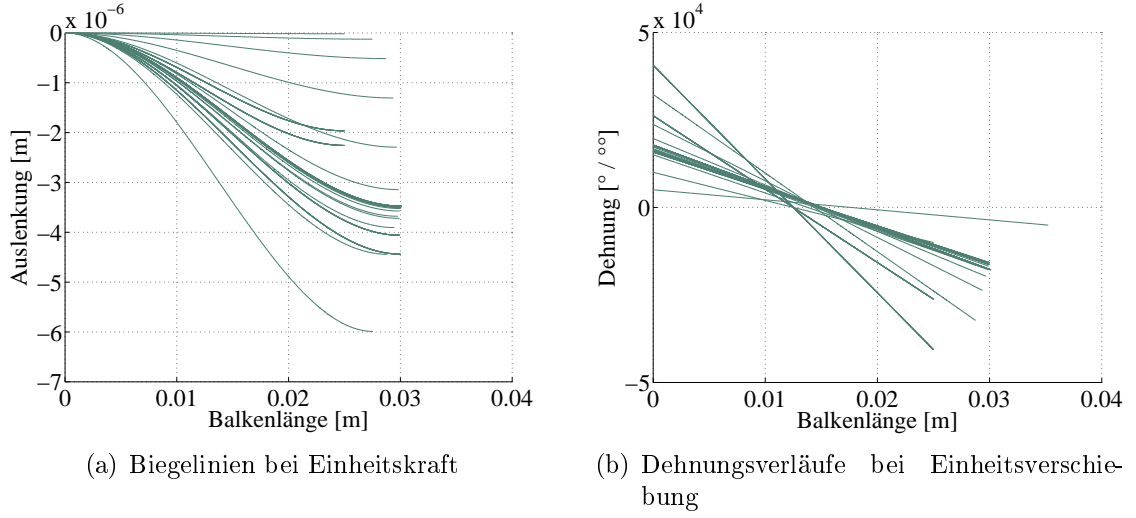


Abbildung 7.9: Verläufe während der Sensoroptimierung

Die Verläufe der unterschiedlichen Biegelinien- und Dehnungsverläufe, die sich während der analytischen Sensoroptimierung einstellen, sind in Abbildung 7.9 dargestellt. Für die beschriebene Optimierungsaufgabe ergeben sich mit

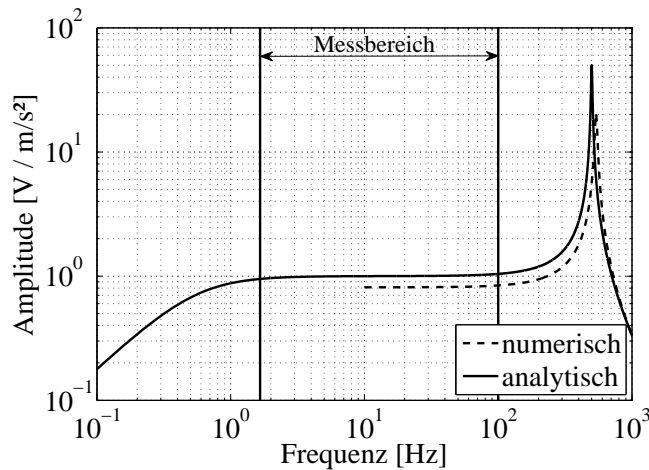
$$\vec{p} = \begin{bmatrix} b_B \\ l_B \\ h_B \\ h_P \\ m_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \text{ mm} \\ 15 \text{ mm} \\ 1,5 \text{ mm} \\ 0,5 \text{ mm} \\ 0,3 \text{ kg} \end{bmatrix} \quad (7.24)$$

geeignete Sensorparameter. Somit kann der analytische Verlauf der Sensitivität angegeben werden.

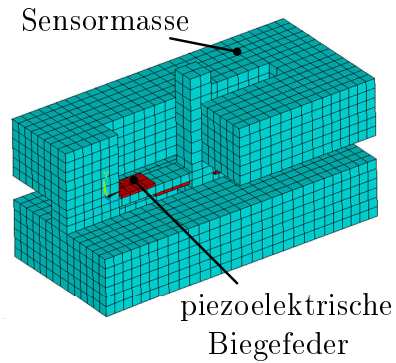
Abbildung 7.10 zeigt den Vergleich des Amplitudenverlaufs der Sensorsensitivität zwischen der analytischen Berechnung und der numerischen Simulation eines vereinfachten Sensormodells. Der analytische Verlauf zeigt, dass der Sensor erfolgreich auf die Sollwerte hin optimiert wurde. Die Sensitivität liegt bei  $S_S = 10 \text{ V/g}$  und die obere Eckfrequenz bei  $f_0 = 500 \text{ Hz}$ . Das numerische Modell zeigt eine Amplitudenabweichung von ca. 17% im Messbereich des Sensors. Die Resonanzfrequenz weicht um ca. 8% von der analytischen Berechnung ab.

Abbildung 7.11 (b) zeigt den gehauchten Prototyp des Beschleunigungssensors, wie er sich aus den optimierten Geometrieparametern ergibt. Der Vergleich zwischen der numerischen Simulation und dem gemessenen Verlauf der Sensitivität ist in Abbildung 7.11 (a) dargestellt. Zusätzlich wird die Wirkung einer angepassten elektrischen Schaltung auf die untere Sensoreckfrequenz und somit auf den Sensitivitätsverlauf im Messbereich deutlich. Für Details zur elektrischen Schaltung sei auf Bartel et al. (2011) verwiesen.

Das Rauschverhalten des Sensors wird entsprechend dem Verfahren aus Kapitel 7.5.2 bestimmt. Abbildung 7.12 stellt das Rauschleistungsdichtespektrum einer Vergleichsmessung gemäß Abbildung 7.7 (c) dar. Die Messwerte des Sensors mit Schaltung zeigen eine

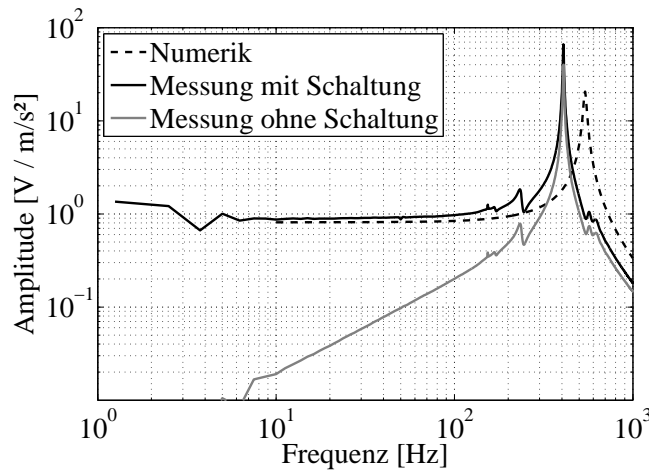


(a) Sensorsensitivität

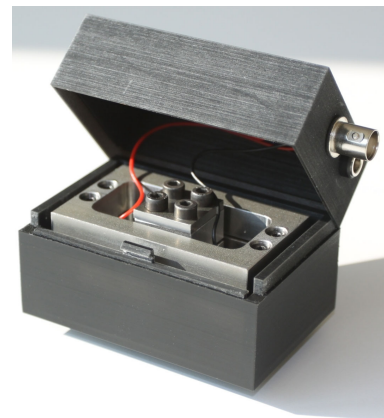


(b) numerisches Sensormodell

Abbildung 7.10: Sensorsensitivität: Vergleich zwischen analytischer Auslegung und numerischer Simulation



(a) Sensorsensitivität



(b) prototypischer Sensor

Abbildung 7.11: Sensorsensitivität: Vergleich zwischen Messungen (mit und ohne elektrischer Schaltung) und numerischer Simulation

Amplitudenabweichung im Messbereich von 8 % und eine Resonanzabweichung von 15 % zu den Sollwerten der Auslegung. Die Abweichung der oberen Eckfrequenz kann durch eine geringere Einspannungssteifigkeit begründet werden, welche bei einer Sensorauslegung zu berücksichtigen ist. Der Verlauf des vorgestellten optimierten Sensors wird mit zwei kommerziell erhältlichen Sensoren mit einer Empfindlichkeit von  $1 \text{ V/g}$  bzw.  $10 \text{ V/g}$  verglichen. Während der Verlauf der Rauschleistungsdichte bis ca. 100 Hz einem  $1/f$ -Rauschen entspricht, wird das Rauschverhalten oberhalb von 100 Hz durch das Wärmerauschen und die Strukturdynamik des Sensors, also der Resonanz, beeinflusst.

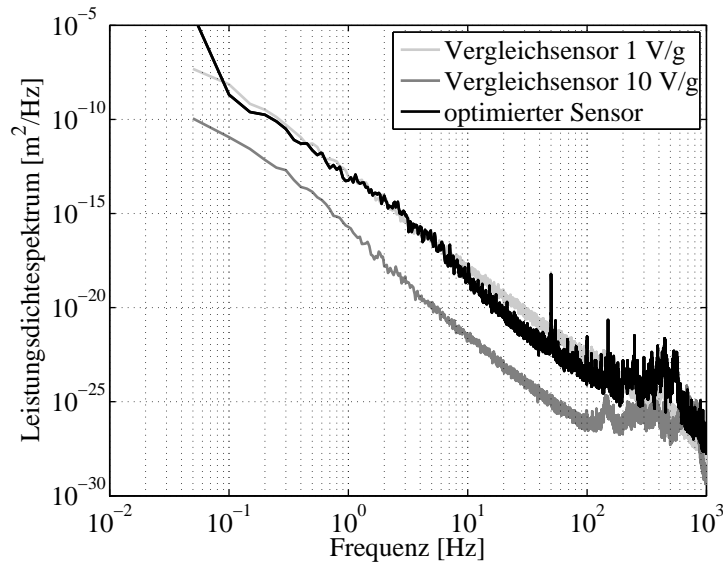


Abbildung 7.12: Verlauf des Leistungsdichtespektrums im Vergleich zu zwei Sensoren unterschiedlicher Sensitivität

## 7.7 Zusammenfassung und Fazit zur Auslegung piezoelektrischer Biegesensoren

Dieses Kapitel stellt die Entwicklungsschritte zum Aufbau eines piezoelektrischen Bimorphbeschleunigungssensors dar. Dabei wird analog zum Aufbau eines Bimorphaktors aus Kapitel 6 vorgegangen. Bei der analytischen Auslegung stehen die Sensitivität und der Einsatzfrequenzbereich des Sensors im Mittelpunkt der geometrischen Optimierung. In der Folge werden Möglichkeiten zur konstruktiven Umsetzung des Sensors vorgestellt. Zur Charakterisierung des Sensors werden Wege zur Vermessung des Verlaufs der Sensorempfindlichkeit und des Rauschleistungsdichtespektrums aufgezeigt.

Zum Beleg der Anwendbarkeit der Methodik zur Auslegung von Sensoren wird die Entwicklung eines empfindlichen Beschleunigungssensors auf Basis piezoelektrischer Bimorphsensoren beschrieben.



## 8 Möglichkeiten zur Regelung einer aktiven Isolationsplattform

Als letzte Einzelkomponente des Isolationsystems wird in diesem Kapitel die Auswahl der geeigneten Regelungsstrategie und der Architektur der Regelungsplattform beschrieben. Die Auswahl wird durch das zu erreichende Isolationsziel, durch die einsetzbaren Sensoren sowie durch das Verhältnis zwischen Komplexität und Wirkung der aktiven Regelung beeinflusst. In diesem Kapitel wird ein Überblick über die Regelungsstrategien gegeben, welche zur Regelung aktiver Isolationsysteme verwendet werden können. Zudem werden Vor- und Nachteile beim Einsatz der Regelungsstrategien verdeutlicht.

Zur Beschreibung der aktiven Isolationswirkung wird der Einfluss der jeweiligen Regelung auf den Transmissionsverlauf eines idealen Einmassenschwingers betrachtet.

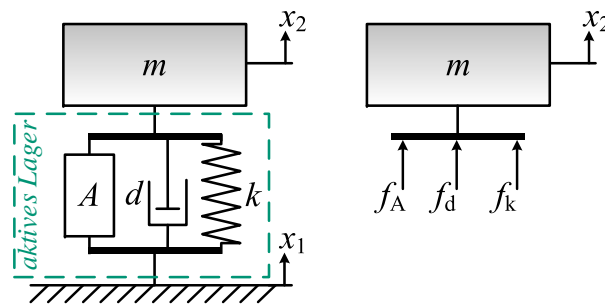


Abbildung 8.1: Mechanisches Ersatzmodell eines aktiven Einmassenschwingers

Abbildung 8.1 zeigt das mechanische Ersatzmodell des Einmassenschwingers. Die Komponenten Aktorwirkung  $A$ , Dämpfung  $d$  und Steifigkeit  $k$  bilden zusammen das aktive Lager, über das die Masse  $m$  von Umgebungsschwingungen  $x_1(t)$  isoliert werden soll. Im Freischnitt wird deutlich, dass die Dynamik der gelagerten Masse ausschließlich von Lagerkräften beeinflusst wird. Während die Aktorkraft  $f_A$  aus der jeweiligen Regelungsstrategie hervorgeht, berechnen sich über

$$f_d(t) = -(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)) d \quad (8.1)$$

$$f_k(t) = -(x_2(t) - x_1(t)) k \quad (8.2)$$

die Kräfte des Dämpfungs- und Steifigkeitselements. Über das Kräftegleichgewicht

$$m \ddot{x}_2(t) = f_A(t) + f_d(t) + f_k(t) \quad (8.3)$$

der gelagerten Masse kann unter Berücksichtigung von Gleichung 8.1 und 8.2 die allgemeine Bewegungsgleichung des Einmassenschwingers im Zeitbereich

$$f_A(t) = m \ddot{x}_2(t) + [\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)] d + [x_2(t) - x_1(t)] k \quad (8.4)$$

berechnet werden. Über die Laplace-Transformation ergibt sich mit

$$F_A(s) = [ms^2 + ds + k] X_2(s) - [ds + k] X_1(s) \quad (8.5)$$

die Beschreibung des Einmassenschwingers im Frequenzbereich in Abhängigkeit von der Aktorkraft.

## 8.1 Regelungsstrategien

Für Isolationssysteme bieten sich als Regelungsstrategie Signalrückführungen an, da sie breitbandig das Strukturverhalten beeinflussen. Die Beeinflussung der Lagerübertragungsfunktion erfolgt über die Aktorkraft  $F_A(s)$ , welche sich aus der verstärkten Rückführung von Sensorsignalen ergibt. Wirkungsvolle Rückführungen sind Absolutgrößenrückführung der gelagerten Masse, die Rückführung des Differenzwegs und die integrale Kraftrückführung. Über die Kombination verschiedener Regelungsstrategien können zudem die jeweiligen Vorteile ausgenutzt werden.

An dieser Stelle sei erwähnt, dass eine Differenzbeschleunigungsrückführung aus physikalischen Gesichtspunkten nicht existiert und auch eine Verschlechterung des Isolationsverlaufs bewirkt. Eine Rückführung der Differenzgeschwindigkeit entspricht einer passiven Erhöhung der Dämpfung. Neben der aufwendigeren Signalerfassung im Vergleich zur Absolutgrößenrückführung besitzt diese Nachteile im höherfrequenten Bereich. Beide Signalrückführungen werden in diesem Kapitel daher nicht betrachtet.

### 8.1.1 Absolutgrößenrückführung

Bei einer Absolutgrößenrückführung wird die Beschleunigung  $X_2s^2$ , die Geschwindigkeit  $X_2s$  bzw. der Weg  $X_2$  der gelagerten Masse sensorisch erfasst und als Ansteuersignal auf den Aktor zurückgeführt. Die entsprechenden Verstärkungsfaktoren  $g_a$ ,  $g_v$  bzw.  $g_x$  fassen eine einstellbare Rückführverstärkung und das gegebene Übertragungsverhalten der Aktorspannung zur Aktorkraft zusammen. Somit kann gemäß

$$F_A(s) = [g_a s^2 + g_v s + g_x] X_2(s) \quad (8.6)$$

die Aktorkraft bestimmt werden. Durch Einsetzen von Gleichung 8.6 in Gleichung 8.5 kann über eine Umstellung die Transmission des Lagersystems

$$\frac{X_2(s)}{X_1(s)} = \frac{ds + k}{(m - g_a) s^2 + (d - g_v) s + (k - g_x)} \quad (8.7)$$

hergeleitet werden. Die Verstärkungsfaktoren  $g_i$  werden entsprechend des zurückgeführten Signals berücksichtigt.

### Geschwindigkeitsrückführung

Bei einer Rückführung der absoluten Geschwindigkeit  $v_2$  gemäß Abbildung 8.2 (b) ergibt sich in Abhängigkeit von  $g_v$  der in Abbildung 8.2 (a) dargestellte Verlauf der Transmission.



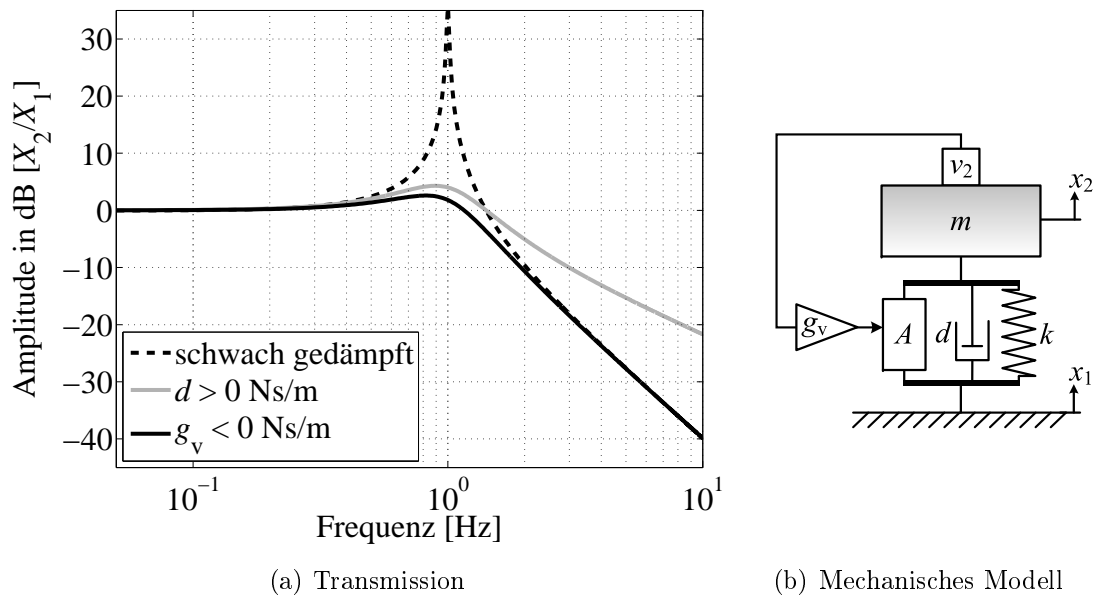


Abbildung 8.2: Wirkweise der Absolutgeschwindigkeitsrückführung

Im Vergleich zur passiven Dämpfung  $d$  ermöglicht die Geschwindigkeitsrückführung, auch aktive Dämpfung genannt, eine Reduktion der Resonanzamplitude ohne einen Isolationsverlust im höheren Frequenzbereich.

### Beschleunigungsrückführung

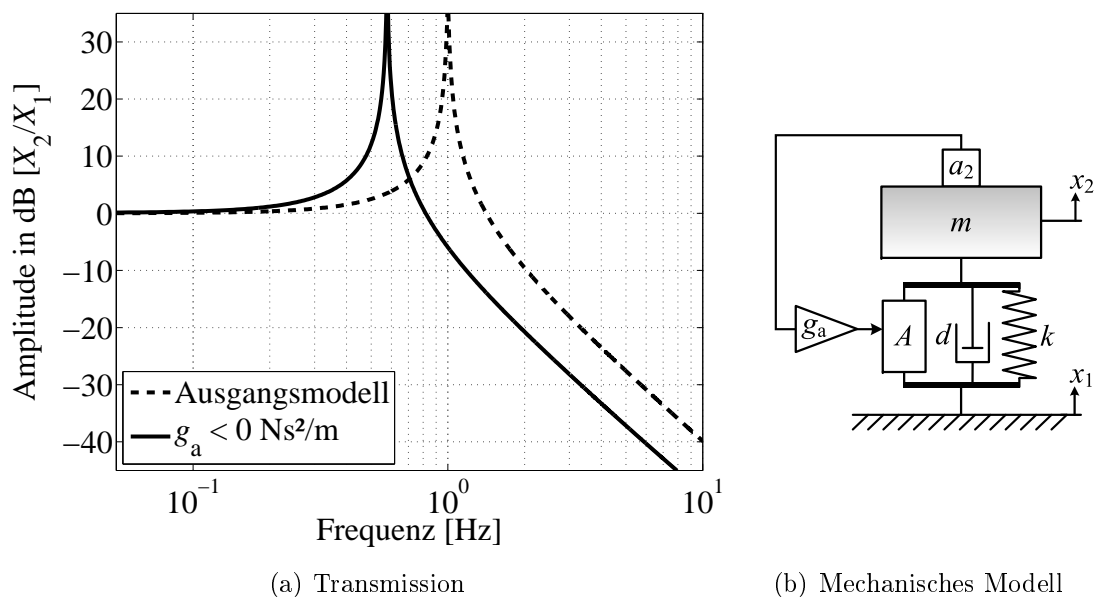


Abbildung 8.3: Wirkweise der Beschleunigungsrückführung

Analog zur aktiven Dämpfung ergibt die Rückführung der Beschleunigung  $a_2$  über den Verstärkungsfaktor  $g_a$  nach Abbildung 8.3 (b) den Transmissionsverlauf aus Abbildung

8.3 (a). Diese Rückführung entspricht einer aktiven Veränderung der Aufbaumasse und bewirkt somit eine Verschiebung der Systemresonanz. Dadurch wird die Isolation im höheren Frequenzbereich gesteigert.

### Wegrückführung

Die Rückführung des Weges  $x_2$  über die Verstärkung  $g_x$ , entsprechend Abbildung 8.4 (b), bedingt die Erfassung des Wegsignals mit Bezug auf einen schwingungsarmen Raum-punkt, was häufig nur unter erhöhtem Aufwand zu realisieren ist. Wie aus dem Transmissionsverlauf in Abbildung 8.4 (a) hervorgeht, ermöglicht die Absolutwegrückführung eine Schwingungsisolation bereits unterhalb der Resonanzfrequenz und erhöht somit auch die Positionstreu der gelagerten Masse bei einer (quasi) statischen Fußpunktanregung.

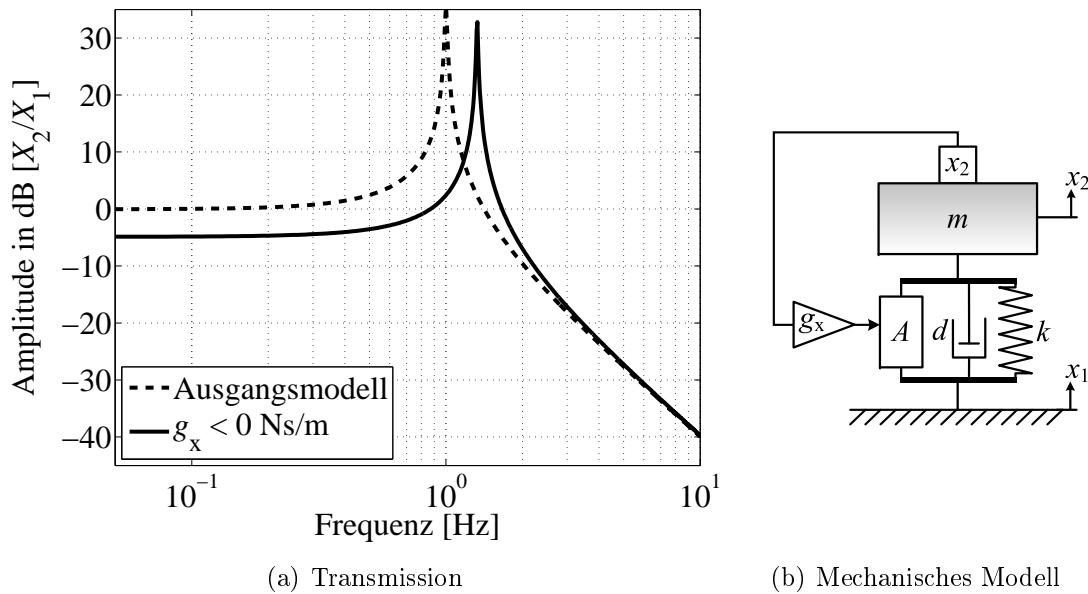


Abbildung 8.4: Wirkweise der Absolutwegrückführung

### 8.1.2 Differenzwegrückführung

Im Gegensatz zur Absolutgrößenrückführung wird bei der Differenzgrößenrückführung die Schwingung der gelagerten Masse bezogen auf die Fußpunktschwingung zurückgeführt. Die Erfassung des Differenzwegs erfolgt bei vielen Wegsensorkonzepten bereits auf der Ebene der Signalerfassung. Die Aktorkraft wird dabei über

$$F_A(s) = g_{dx}X_2(s) - g_{dx}X_1(s) \quad (8.8)$$

mit der Rückführverstärkung  $g_{dx}$  gebildet. Durch Einsetzen in Gleichung 8.5 kann gemäß

$$\frac{X_2(s)}{X_1(s)} = \frac{ds + (k - g_{dx})}{ms^2 + ds + (k - g_{dx})} \quad (8.9)$$

die Transmission der aktiven Lagerung hergeleitet werden. Abbildung 8.5 zeigt das Schema der Rückführung und den Amplitudenverlauf der Transmission.

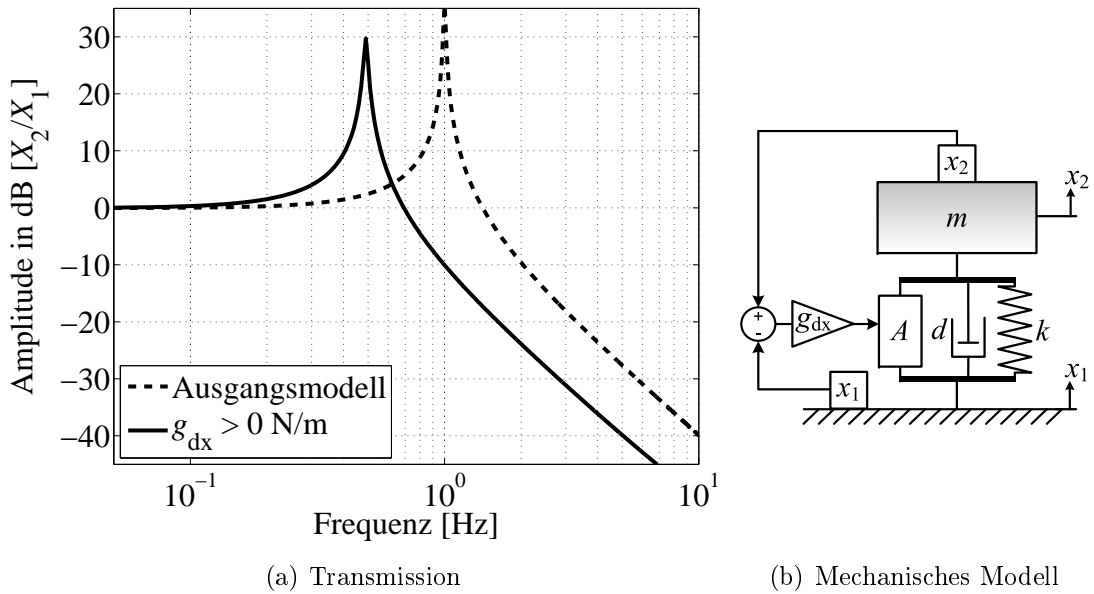


Abbildung 8.5: Wirkweise der Differenzwegrückführung

Diese Art der Rückführung entspricht einer realen Steifigkeitsveränderung des Lagersystems und bewirkt sowohl eine Reduktion der Resonanzamplitude als auch eine Erhöhung der breitbandigen Isolation im höheren Frequenzbereich.

### 8.1.3 Integrale Krafterückführung

Ein analoges Verhalten zur Absolutgeschwindigkeitsrückführung aus Abschnitt 8.1.1 kann durch ein rückgeführtes integriertes Kraftsignal erreicht werden. Wird das Kraftsignal, wie in Abbildung 8.6 (b) dargestellt, erfasst, setzt sich das Sensorsignal über

$$f(t) = f_A(t) + f_k(t) + f_d(t) = m\ddot{x}_2(t) \quad (8.10)$$

aus der Summe der Lagerkräfte zusammen. Gemäß des Kräftegleichgewichts aus Gleichung 8.3 kann die Sensorkraft somit über die Systemmasse mit der Beschleunigung des Aufbaus in Bezug gesetzt werden. Wird das Kraftsignal integriert und mit einem Verstärkungsfaktor zum Aktor zurückgeführt, ergibt sich mit

$$F_A(s) = g_f \frac{F(s)}{s} = g_f m \cdot X_2 s \quad (8.11)$$

die Aktorkraft der integralen Krafterückführung. Die über Einsetzen in Gleichung 8.5 herleitbare Transmission der aktiven Lagerung

$$\frac{X_2(s)}{X_1(s)} = \frac{ds + k}{ms^2 + (d - g_f \cdot m)s + k} \quad (8.12)$$

weist dieselbe Struktur auf, wie die Transmission der aktiven Dämpfung bei der Rückführung von  $g_v$  aus Gleichung 8.7. Der Verlauf der Transmission aus Abbildung 8.6 entspricht somit auch dem Verlauf aus Abbildung 8.2.

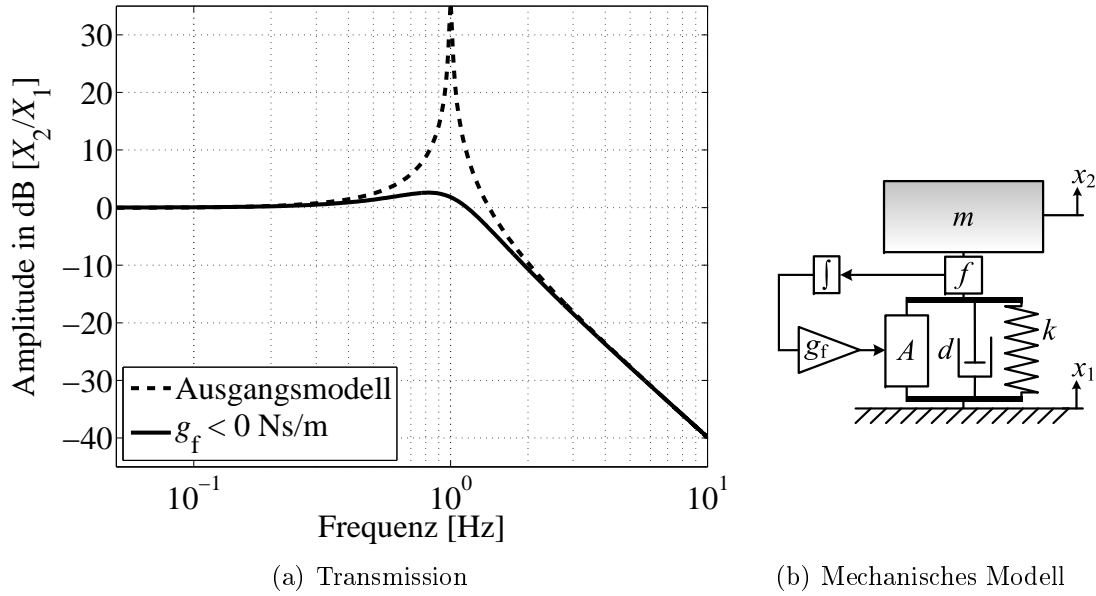


Abbildung 8.6: Wirkweise der integralen Krafterückführung

## 8.2 Regelungsmethodik

In Kapitel 5 wird die Modellierung einer an mehreren Punkten gelagerten Struktur beschrieben. Die in Abschnitt 8.1 am Einmassenschwinger vorgestellten Regelungsstrategien sollen nun auf die Mehrpunktelagerung eines Starrkörpers erweitert werden. Dabei werden dezentrale und zentrale Regelungsmethoden eingesetzt. Diese unterscheiden sich in den Wirkpunkten, auf welche die Regelung bezogen wird. Bei einer dezentralen Regelung werden die einzelnen Lagerrichtungen eines Lagers getrennt voneinander betrachtet und geregelt. Im Gegensatz dazu werden die Sensorinformationen der zentralen Regelung auf die dynamischen Größen des Schwerpunktes transformiert. Darüber kann die Starrkörperdynamik des Schwerpunktes direkt geregelt werden. Zur Erzeugung der Aktorkraft werden die Ansteuersignale der Aktoren auf die Lagerpunkte rücktransformiert.

### 8.2.1 Dezentrale Regelung

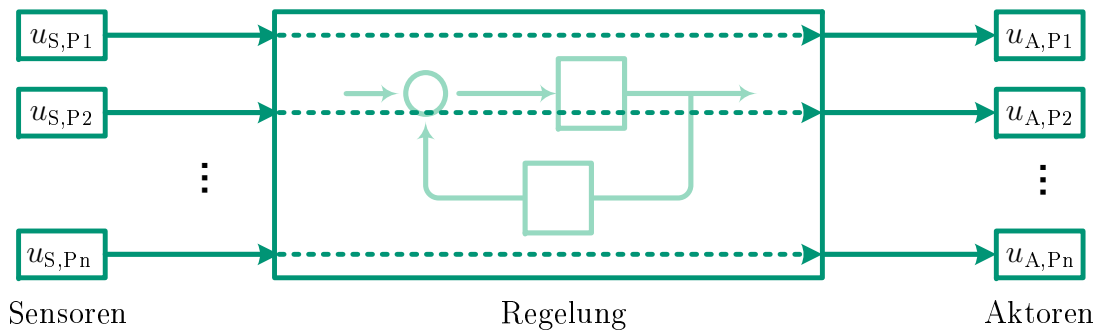


Abbildung 8.7: Schema der dezentralen Regelung

Zur dezentralen Regelung werden die einzelnen Aktor- und Sensorpunkte getrennt von-

einander betrachtet und geregelt. Wie in Abbildung 8.7 schematisiert, bildet das Sensorsignal den Eingang des Reglers und sein Ausgang dient als Stellsignal für den Aktor. Dabei ist ein kollozierter Aufbau anzustreben; der Phasengang der Regelstrecke verläuft dann minimalphasig. Somit benötigt jeder zu regelnde Strukturpunkt ein Aktor-Sensorpaar.

### 8.2.2 Zentrale Regelung

Werden die Sensorgrößen untereinander verrechnet und auf das dynamische Verhalten des gelagerten Systems bezogen, können die Moden des gelagerten Systems direkt geregelt werden. Die Regelungsmethodik entspricht somit einer zentralen Regelung. Wird die zentrale Regelung auf die Eigenmoden des Systems bezogen, kann sie auch als modale Regelung bezeichnet werden.

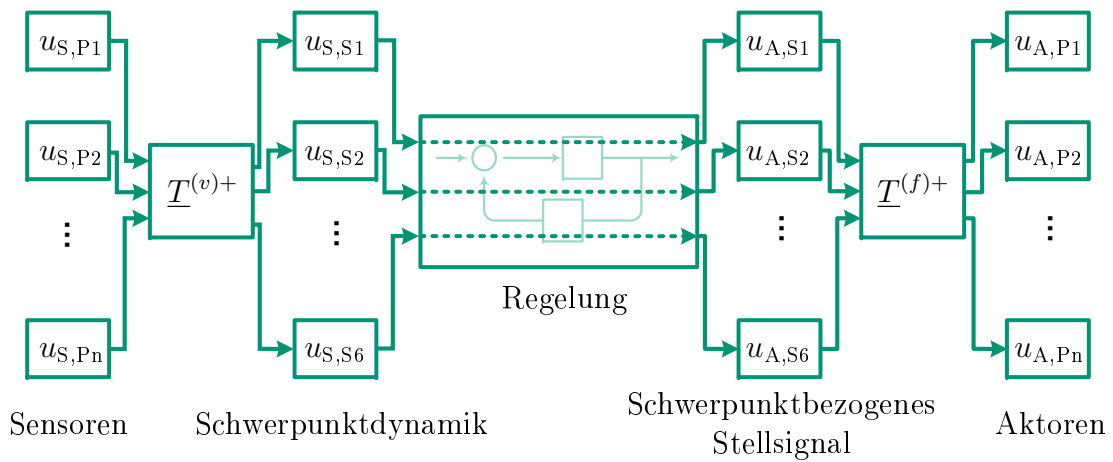


Abbildung 8.8: Schema der zentralen Regelung

Abbildung 8.8 zeigt das Schema der zentralen Schwerpunktregelung eines Starrkörpers. Dabei werden die Sensorgrößen über die Moore-Penrose-Pseudoinverse  $\underline{T}^{(v)+}$  der geometrischen Transformationsmatrix  $\underline{T}^{(v)}$  aus Gleichung 5.4 gemäß

$$u_{S,S1} = \underline{T}^{(v)+} \cdot u_{S,P1} \quad (8.13)$$

auf die maximal sechs Schwerpunktfreiheitsgrade des zu isolierenden Aufbaus bezogen. In der reduzierten Transformationsmatrix  $\underline{T}_{\text{red}}^{(v)}$  werden ausschließlich die physikalisch gemessenen Sensorrichtungen berücksichtigt. Der Rang von  $\underline{T}_{\text{red}}^{(v)}$  muss dabei mindestens der Anzahl der zu regelnden Schwerpunktfreiheitsgrade entsprechen. Sind die Anzahl der Sensoren und der zu regelnden Schwerpunktfreiheitsgrade identisch, ist  $\underline{T}_{\text{red}}^{(v)}$  symmetrisch. In diesem Fall kann Gleichung 8.13 durch

$$u_{S,S1} = \underline{T}_{\text{red}}^{(v)-1} \cdot u_{S,P1} \quad (8.14)$$

mit der einfachen Inversen  $\underline{T}_{\text{red}}^{(v)-1}$  ersetzt werden.

Entsprechend können die aktorischen Stellsignale über die Pseudoinverse  $\underline{T}^{(f)+}$  der Krafttransformationsmatrix aus Gleichung 5.5 über

$$\vec{u}_{A,S} = \underline{T}^{(f)+} \cdot \vec{u}_{A,P} \quad (8.15)$$

aus dem schwerpunktbezogenen Stellsignal hergeleitet werden.

### 8.3 Beispiel zur Regelungsmethodik

Wie schon die Schemata der Regelungsmethoden zeigen, benötigt die zentrale Regelung einen höheren Implementierungsaufwand. Allerdings ermöglicht sie eine direkte Regelung der Moden des Aufbaus, wie z. B. der Starrkörperdynamik. Die Anzahl benötigter Sensoren und Aktoren kann dabei geringer sein als bei einer dezentralen Regelung, da nicht für jeden Aktor notwendigerweise ein Sensor integriert werden muss. Zudem können die Mess- und Wirkpunkte von Sensoren bzw. Aktoren bei einer zentralen Regelung voneinander abweichen.

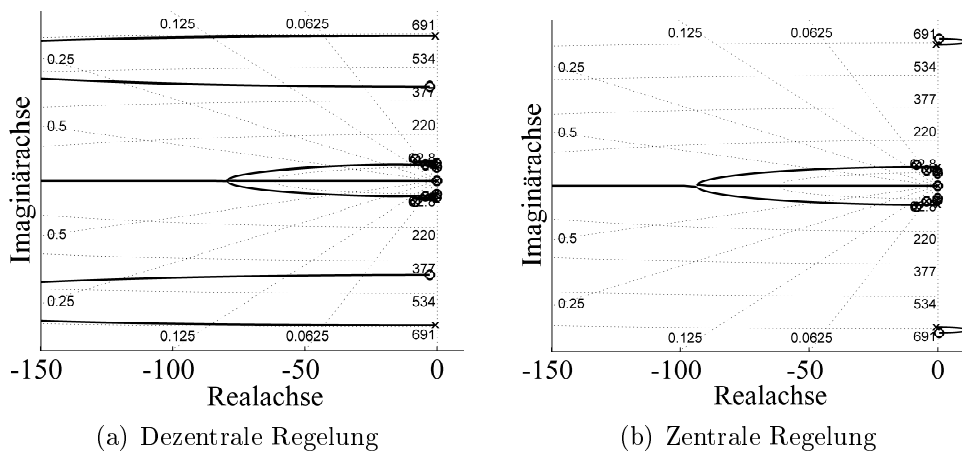


Abbildung 8.9: Wurzelortskurven des geschlossenen Regelkreises einer Geschwindigkeitsrückführung

Ein Vorteil der dezentralen Regelung liegt in der separaten Regelung der Lagerpunktdynamik. Dadurch weist das kollozierte System ein stabileres Verhalten auf. Abbildung 8.9 zeigt die Wurzelortskurven des selben mechanischen Systems unter Verwendung einer dezentralen Regelung (Abbildung 8.9 (a)) und einer zentralen Regelung (Abbildung 8.9 (b)).

Dabei liegen die Starrkörpermoden des Aufbaus innerhalb von  $110 \text{ rad/s}$ . Bei ca.  $691 \text{ rad/s}$  tritt die erste elastische Mode des Aufbaus auf. Während bei der zentralen Geschwindigkeitsrückführung alle Moden bei allen Rückführverstärkungen stabil bleiben, wandert die erste elastische Mode des Aufbaus in die instabile Halbebene. Diese Mode begrenzt somit die mögliche Rückführverstärkung des Regelkreises. Durch die Integration eines Filters kann das instabile Verhalten beeinflusst werden.

Die Auswahl und Einstellung des Filters ist dabei zu beachten. Durch die Beeinflussung des Phasenganges können durch die Integration des Filters ehemals stabile Moden instabil werden, wie die Wurzelortskurve aus Abbildung 8.10 (a) zeigt. Auch können die neu eingebrachten Polstellen des Filters selbst instabil werden. Dieses Verhalten ist in Abbildung 8.10 (b) dargestellt.

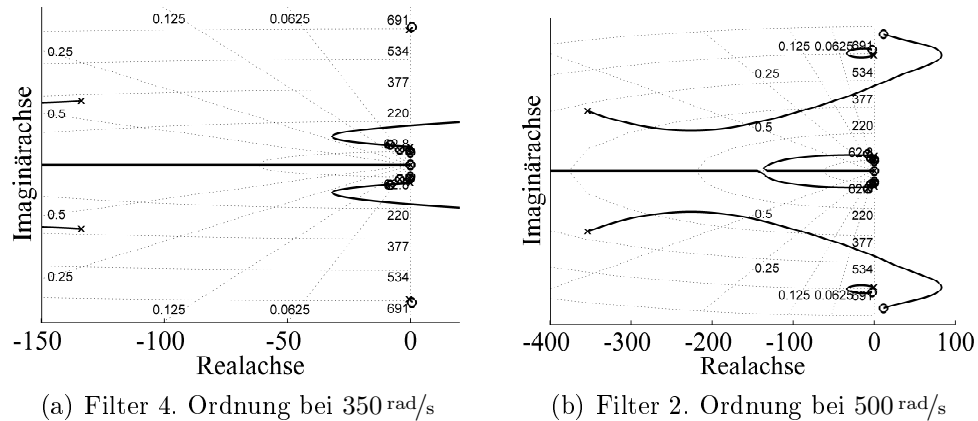


Abbildung 8.10: Wurzelortskurven des geschlossenen Regelkreises einer Geschwindigkeitsrückführung mit Tiefpassfilter

## 8.4 Zusammenfassung und Fazit zur Regelung einer aktiven Isolationsplattform

Dieses Kapitel stellt die Strategien und Methoden zur Regelung der aktiven Isolationsplattform vor.

Dabei werden unterschiedliche Signallrückführungen beschrieben und ihre Auswirkung auf den Isolationsverlauf aufgezeigt. Die unterschiedlichen Rückführungen können in einer zentralen oder dezentralen Regelung eingesetzt werden. Die prinzipielle Struktur beider Methoden wird in diesem Kapitel vorgestellt. Wie dargestellt, bietet eine dezentrale Regelung Vorteile bezüglich der Stabilität des Regelkreises. Demgegenüber steht, dass jeder zu regelnde Punkt kollozierte Aktoren und Sensoren benötigt.

Die benötigte Anzahl von Sensoren der zentralen Regelung einer Isolationsplattform entspricht lediglich der Anzahl der zu regelnden sechs Freiheitsgrade. Aufgrund der benötigten Transformationsmatrizen ist jedoch die analoge Umsetzung aufwendig, was unter Umständen bedeutet, dass eine Digitalregelung eingesetzt werden muss.

Somit bieten, je nach einsetzbarer Art und Anzahl von Sensoren sowie eingesetzter Regelungshardware, alle Regelungsmethoden und Strategien Vor- und Nachteile. Aufgrund der benötigten empfindlichen Sensoren und der erzielten Isolationswirkung findet jedoch häufig eine Absolutgeschwindigkeitsrückführung in Kombination mit einer Absolutbeschleunigungs- oder Differenzwegrückführung Einsatz.

Abschließend werden in Regelungsbeispielen die Vor- und Nachteile der einzelnen Methoden verdeutlicht. Zudem wird auf mögliche Probleme hingewiesen, die durch die Integration eines Tiefpassfilters auftreten können.





## 9 Piezoelektrische Isolationsplattform

In diesem Kapitel wird die in dieser Arbeit vorgestellte Entwicklungsmethodik zur Umsetzung einer piezoelektrischen Isolationsplattform angewendet und überprüft. Ausgehend von einem System, welches 3 Freiheitsgrade aktiv regelt, werden Ansätze zum Aufbau einer in 6 Freiheitsgraden aktiven Isolationsplattform vorgestellt. Während mechatronische Geräte, welche in der Regel auf elektrodynamischen Aktoren beruhen, kommerziell erhältlich sind, ermöglicht eine adaptronische Plattform eine erhöhte Funktionsintegration und im nächsten Schritt eine reduzierte Komplexität der Komponenten. Mit der Funktionsintegration sind erhöhte Anforderungen an die Auslegung verbunden. Daher liegt der Schwerpunkt dieses Kapitels bei dem Aufbau einer piezoelektrischen Bimorphlagerung entsprechend des Vorgehens aus Kapitel 6. Entwicklungsbegleitend wird ein Simulationsmodell, entsprechend der Detaillierungsebenen aus Abbildung 4.5, verwendet.

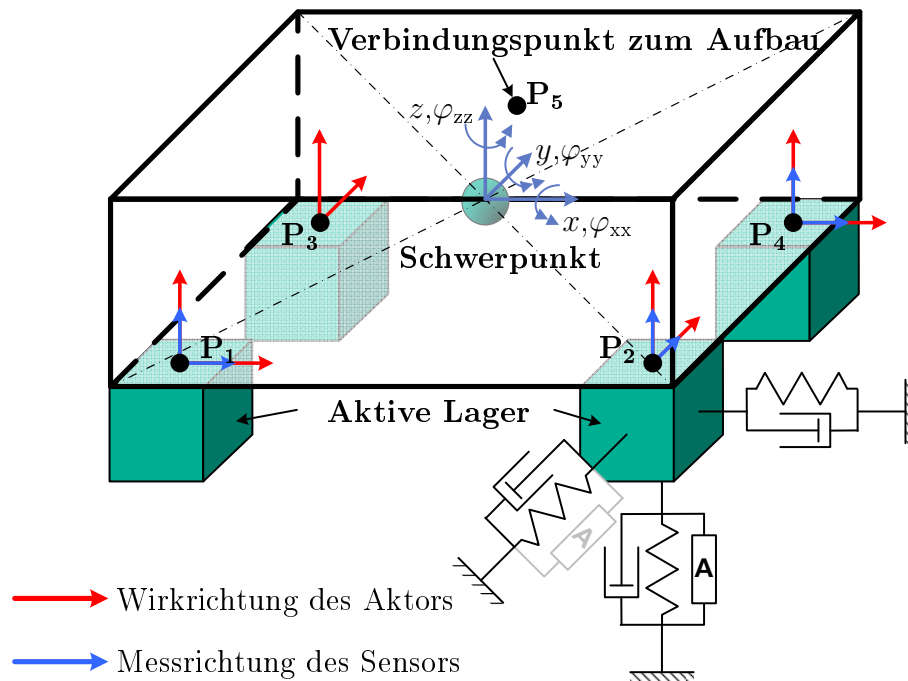


Abbildung 9.1: Schema des in sechs Freiheitsgraden aktiven Isolationssystems

Abbildung 9.1 zeigt das Schema einer aktiven Isolationsplattform zur Regelung von drei bzw. sechs Freiheitsgraden, entsprechend der Anzahl der aktiven Lagerrichtungen. Dabei wird eine Aufbaumasse an vier Punkten gelagert. Sowohl die Messrichtung der Sensoren als auch die Wirkrichtung der Aktoren erfolgt in vertikaler z-Richtung bzw. zusätzlich in einer horizontalen Ebene. In allen nicht-aktiven Lagerrichtungen werden

passive Feder-Dämpfer-Elemente angenommen. Ausgehend vom Impedanz-Admittanz-Modellierungsprinzip aus Kapitel 2.4 ergibt sich das in Abbildung 9.2 gezeigte Simulationsmodell der aktiven Vier-Punkte-Lagerung.

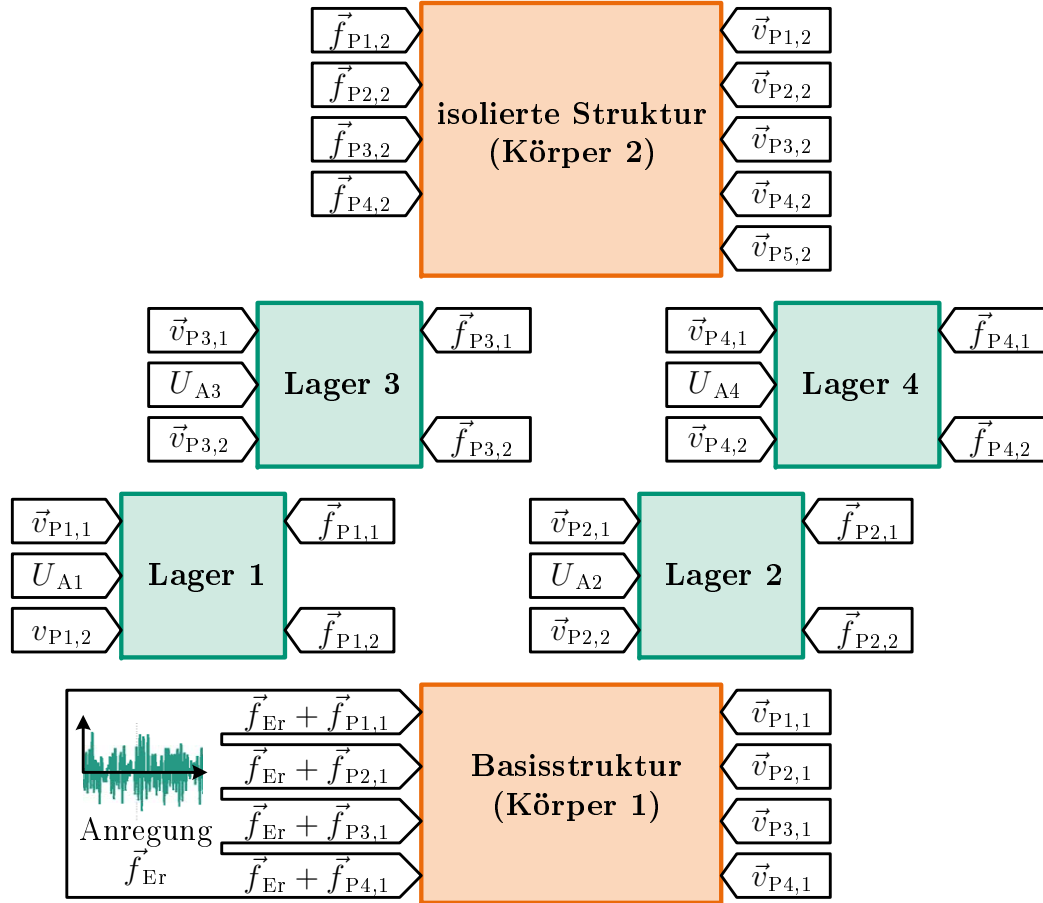


Abbildung 9.2: Schema des Simulationsmodells des aktiven Isolationssystems

Die Kraft- und Geschwindigkeitsvektoren  $\vec{f}_{Pn,i}$  bzw.  $\vec{v}_{Pn,i}$  des  $n$ -ten Kopplungspunkts am  $i$ -ten Körper wirken in die drei Raumrichtungen  $x$ ,  $y$  und  $z$ . Die isolierte Struktur ist an vier Kopplungspunkten mit aktiven Lagern verbunden. Der fünfte Kopplungspunkt, im Schwerpunkt des gelagerten Körpers, dient zur Ausgabe dynamischer Informationen. Die Lagermodule sind als Impedanzen formuliert und dienen somit als Verbindung zwischen der isolierten Struktur und der Basisstruktur. Darüber hinaus wandeln sie eine am  $m$ -ten Lager angelegte elektrische Spannung  $U_{Am}$  in eine zusätzliche Lagerkraft um. Die Basisstruktur kann sowohl die Dynamik der Basis abbilden als auch zur Regulierung der Anregung aufgrund einer Anregungskraft  $\vec{f}_{Er}$  verwendet werden. Das Anregungssignal wird so eingestellt, dass die Basisstruktur mit einem breitbandigen Rauschen zwischen 0,7 Hz und 100 Hz mit einer konstanten Geschwindigkeitsamplitude von 100  $\mu\text{m}$  antwortet. Das entspricht in etwa dem Schwingungsniveau in einem Wohnhaus (vgl. Abbildung 3.1).

## 9.1 System zur Isolation von drei Freiheitsgraden

Entsprechend der Ausbreitungsrichtung von Bodenschwingungen werden empfindliche Strukturen in vertikaler Richtung besonders angeregt. Eine Isolationsplattform, welche die translatorische Schwingungsübertragung in vertikaler ( $z$ -) Richtung und die rotatorische Übertragung um die horizontalen Achsen ( $\varphi_{xx}$ - und  $\varphi_{yy}$ -Richtung) reduziert, kann für viele Anwendungen ausreichend sein. Dieser Abschnitt fasst schrittweise die Schwerpunkte einer methodischen Entwicklung einer dreiaxialen Schwingungsisolationsplattform zusammen. Entsprechend eines Lastenhefts, werden folgende Vorgaben für die Isolationsplattform abgeleitet:

- Der Bereich der Aufbaumasse liegt zwischen 10 kg und 80 kg.
- Der Frequenzbereich der Isolation soll von 1 Hz bis 100 Hz gehen.
- Die Wirkung der Isolation soll, bei einer Aufbaumasse von 80 kg, 40 dB bei 10 Hz betragen.
- Die Breite und die Tiefe des Isolationssystems betragen 60 cm bzw. 50 cm.
- Die Höhe der Isolationsplattform soll möglichst gering sein, weswegen piezoelektrische Bimorphlager verwendet werden sollen.

Auf Basis der Vorgaben werden weitere Auslegungsparameter ermittelt.

### 9.1.1 Bestimmung von Auslegungsparametern

Entsprechend des Schemas des Simulationsmodells der Isolationsplattform aus Abbildung 9.2 wird ein erstes Simulationsmodell mit idealen Komponenten aufgebaut. Die Anregung wird dabei über eine masselose Basisstruktur, welche sich in ihren Starrkörperfreiheitsgraden bewegen kann, in das Isolationssystem eingeleitet. Die vier Lager werden als dreiaxiale ideale Steifigkeits- und Dämpfungselemente betrachtet. In vertikaler Richtung wird den Lagerkräften eine Aktorkraft überlagert. Die Aktorkraft ist dabei ideal proportional zur Aktorspannung. Die gelagerte Struktur wird als massebehafteter Starrkörper betrachtet. Ihr Masseschwerpunkt liegt dabei im Symmetriepunkt zwischen den vier Lagerpunkten. Entsprechend den vorgegebenen Dimensionen und dem Massebereich ergibt sich der Trägheitstensor der gelagerten Struktur.

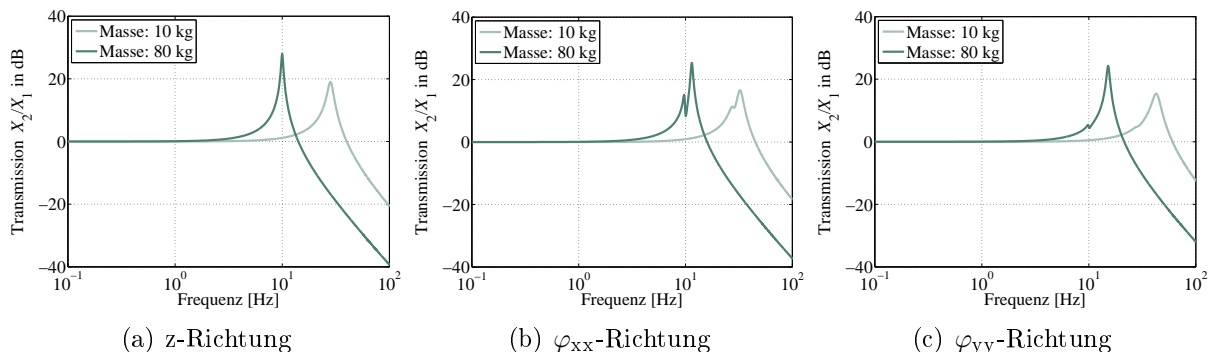


Abbildung 9.3: Transmissionsverläufe bei unterschiedlichen Massen der isolierten Struktur

Die Lagersteifigkeit des Systems wird zunächst so ausgelegt, dass bei einer Aufbaumasse von 80 kg seine vertikale Starrkörperresonanzfrequenz bei 10 Hz liegt. In Abbildung

9.3 werden die passiven Transmissionsverläufe zwischen den entsprechenden Schwingfreiheitsgraden des Mittelpunkts der Basisstruktur und des Schwerpunkts der Aufbaumasse dargestellt. Entsprechend der Aufbaumasse von 10 kg bzw. 80 kg ergeben sich unterschiedliche Resonanzfrequenzen. Zusätzlich zur rotatorischen Resonanzamplitude treten in den Transmissionsverläufen in  $\varphi_{xx}$ - und  $\varphi_{yy}$ -Richtung die translatorischen Eigenfrequenzen in x- bzw. y-Richtung auf, welche bei 10 Hz liegen.

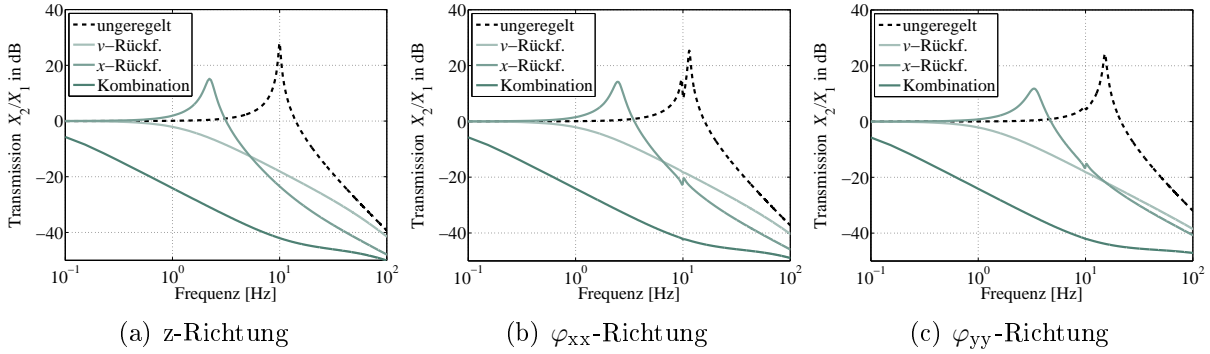


Abbildung 9.4: Transmissionsverläufe bei unterschiedlichen Regelungsstrategien und 80 kg Aufbaumasse

Zur Ermittlung der geeigneten Regelungseinstellungen wird in der Folge eine Aufbaumasse von 80 kg betrachtet, auf welche sich die Isolationsvorgaben aus dem Lastenheft beziehen. Aus Abbildung 9.4 werden die Auswirkungen der jeweiligen dezentralen Signalarückführung ersichtlich.

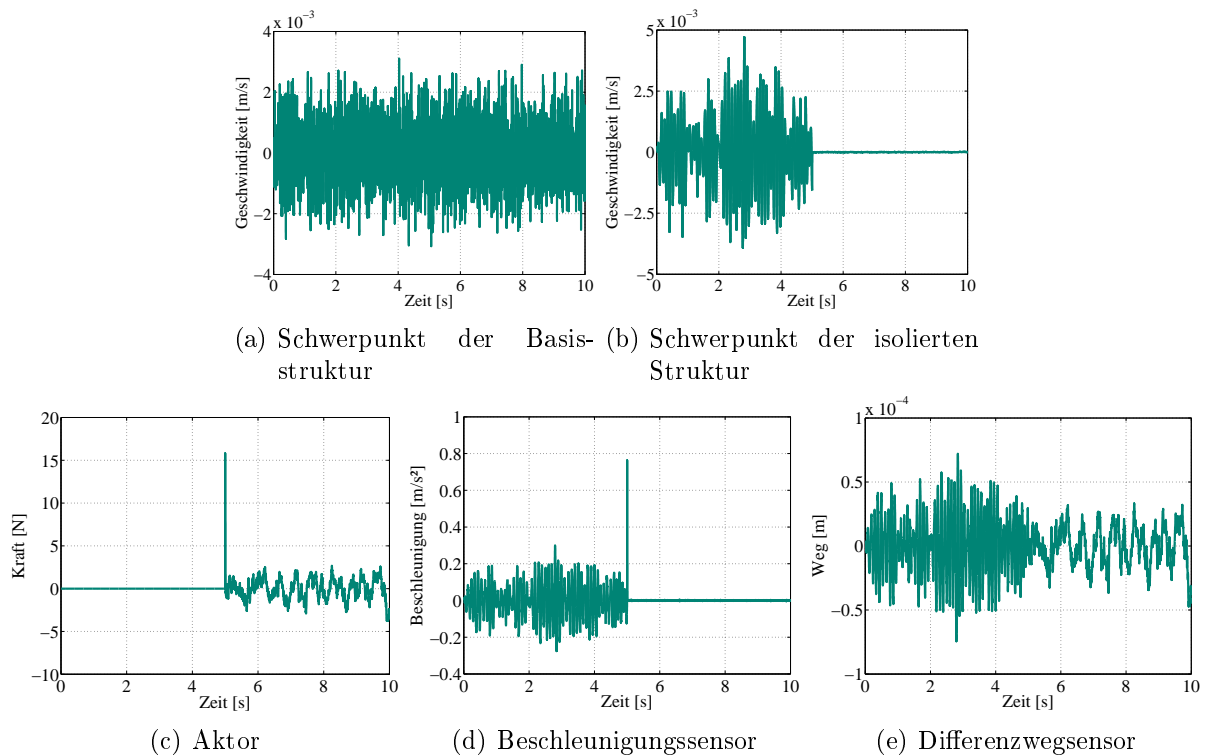


Abbildung 9.5: Zeitverläufe bei der Aktivierung einer kombinierten Regelung nach einer Zeit von 5 s

Das beste Ergebnis wird durch eine kombinierte Rückführung der Absolutgeschwindigkeit der Aufbaumasse ( $v$ -Rückführung) und des Differenzwegs ( $x$ -Rückführung) erzielt. In allen Freiheitsgraden kann bei 10 Hz eine Isolation von 40 dB erreicht werden. Entspricht das Anregungssignal einem realitätsnahen Amplitudenverlauf, können nun sowohl die Aktorkraft als auch die Messbereiche der Weg- und Beschleunigungssensoren abgeschätzt werden. Dazu sind die Zeitsignalverläufe aus Abbildung 9.5 zu betrachten. In der zugrunde liegenden Simulation wird die kombinierte Signalarückführung nach 5 s aktiviert. Während die Geschwindigkeit der Basisstruktur (Abbildung 9.5 (a)) unverändert bleibt, wird die Geschwindigkeit der zu isolierenden Struktur (Abbildung 9.5 (b)) reduziert. Dazu wird, unter Vernachlässigung des Aktivierungsausschlags, eine Aktorkraft von maximal 3 N (Abbildung 9.5 (c)) benötigt. Die Beschleunigung, welche am Sensorpunkt auftritt, beträgt maximal  $0,3 \text{ m/s}^2$ . Zudem tritt ein Differenzweg von maximal  $75 \text{ }\mu\text{m}$  auf.

Auf Basis der vorgegebenen und ermittelten Parameter (maximale Abmessung, benötigte Kraft und Frequenzbereich) kann nun die piezoelektrische Bimorphlagerung nach dem Vorgehen aus Kapitel 6 ausgelegt werden.

Die grundlegende Geometrie des optimierten Lagers ist in Abbildung 9.6 in Form eines ersten Konstruktionskonzepts dargestellt. Die optimierten Parameter werden dabei an eine kommerziell erhältliche Materialdicke für die Biegefedern bzw. an kommerziell erhältliche piezoelektrische Elemente angepasst. In der Isolationsplattform werden vier solche Lagerelemente eingesetzt.

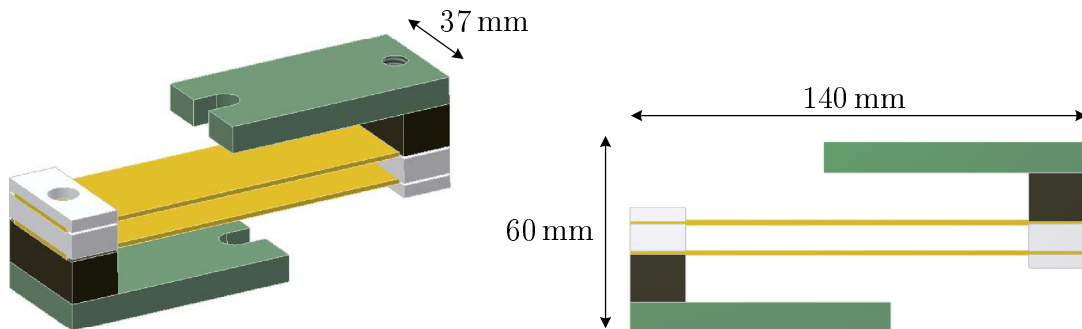


Abbildung 9.6: Geometrische Darstellung des optimierten Lagers

### 9.1.2 Integration des aktiven Bimorphlagers in die Systemsimulation

Nach der erfolgten Vorauslegung des Bimorphlagers kann nun die Dynamik des aktiven Bimorphlagers, basierend auf numerischen Daten, in die Systemsimulation integriert werden. Entsprechend der in Kapitel 6 beschriebenen Methodik werden dazu ein auf modalen Daten basierendes Zustandsraummodell und eine IIR-Filter-Approximation des Blockierkraftverlaufs benötigt.

Die zur Bestimmung des Zustandsraummodells benötigten Daten werden in einer numerischen Modalanalyse ermittelt. Die dabei berechneten Eigenformen des Lagers sind in Abbildung 9.7 dargestellt. Das Ergebnis der Modalanalyse sind die Eigenvektoren der Kopplungspunkte und die Eigenfrequenzen des Lagers. Die modale Dämpfung wird mit

2% angenommen. Über Gleichung 5.15 können nun Übertragungsfunktionen aus den Verläufen der Beiträge der einzelnen Moden synthetisiert werden.

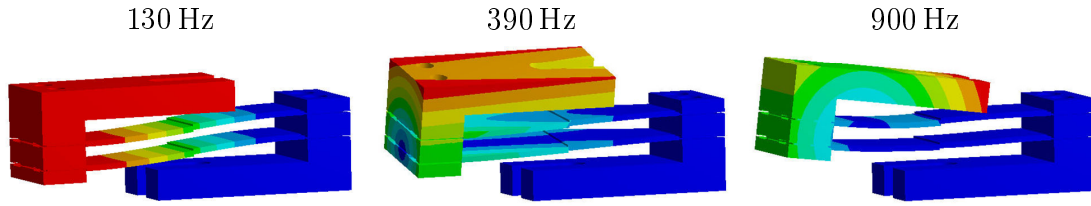


Abbildung 9.7: Eigenformen des unbelasteten Lagers

Abbildung 9.8 zeigt die Punktübertragungsfunktion der beiden Kopplungspunkte (Abbildung 9.8 (a)) und die Übertragungsfunktion von einem Kopplungspunkt zum gegenüberliegenden (Abbildung 9.8 (b)). Zudem sind die Beiträge der einzelnen Moden dargestellt. Aufgrund des symmetrischen Lageraufbaus sind die Admittanzen der Kopplungspunkte identisch.

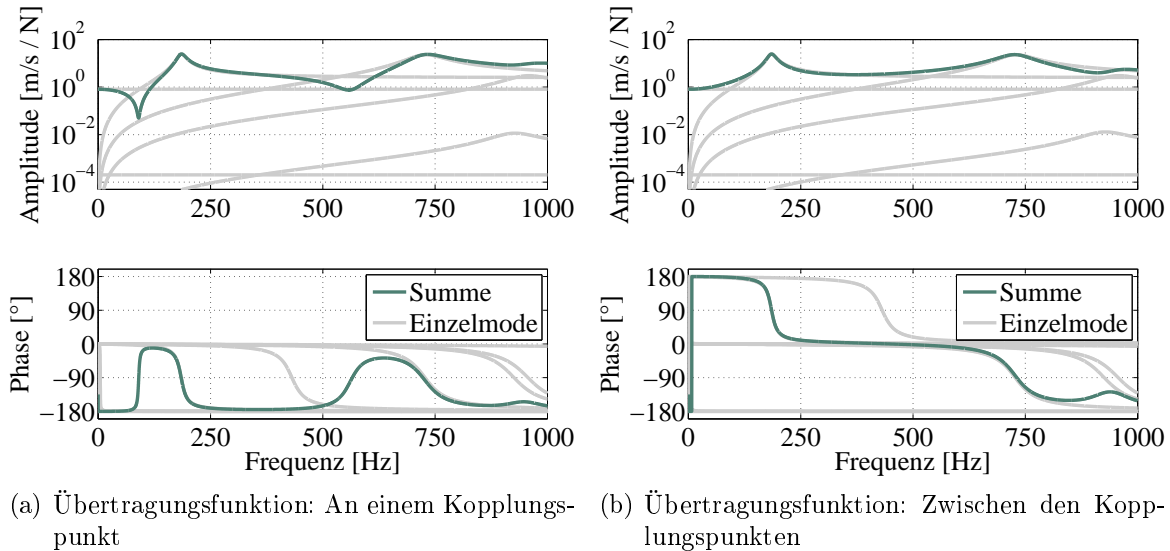


Abbildung 9.8: Modal synthetisierte Frequenzgänge des aktiven Lagers

Zur Modellierung der aktorischen Wirkung wird der Blockierkraftverlauf des aktiven Lagers numerisch simuliert. Der Verlauf wird anschließend durch einen IIR-Filter, welcher in die Systemsimulation integriert werden kann, angenähert. Wie aus Abbildung 9.9 hervorgeht, kann der numerisch simulierte Blockierkraftverlauf gut approximiert werden.

Auf Basis der Ergebnisse kann das Zustandsraummodell der Lageradmittanz und darauf aufbauend das Modell der Lagerimpedanz entsprechend Abschnitt 6.5 aufgestellt werden. Das Gesamtmodell des piezoelektrischen Bimorphlagers kann nun zusammengefügt werden. Der ideale Aktor aus Abschnitt 9.1.1 wird durch das Modell des Bimorphlagers ersetzt. Aufgrund des instabilen Verhaltens höherfrequenter Lagermoden sowie der Resonanz im Kraftverlauf muss ein Tiefpassfilter achter Ordnung mit einer Eckfrequenz von 600 Hz in das Simulationsmodell integriert werden.

Entsprechend der Transmissionsverläufe aus Abbildung 9.4 stellt Abbildung 9.10 die entsprechenden Transmissionsverläufe der unregelten und geregelten Starrkörperfrei-

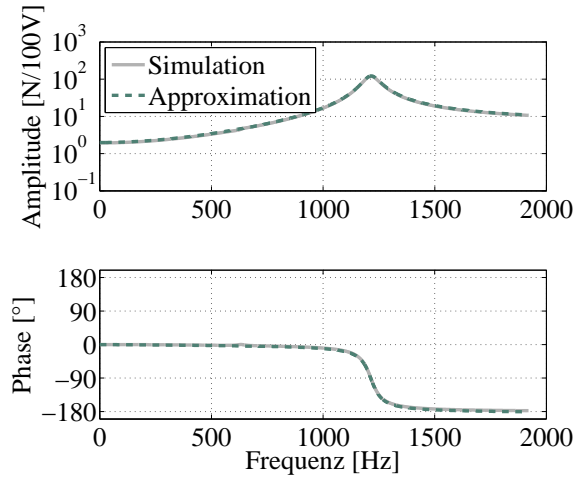


Abbildung 9.9: Durch IIR-Filter approximierter Blockierkraftverlauf

heitsgrade dar. Es ist zu erkennen, dass die aktiven Lager eine geringfügig höhere statische Steifigkeit aufweisen. Durch die Integration des realitätsnäheren Lagermodells und des nun notwendigen Tiefpassfilters sinkt die Isolationswirkung des Lagersystems. Aufgrund der lediglich geringen Abweichungen werden die piezoelektrischen Bimorphlagerungen aufgebaut.

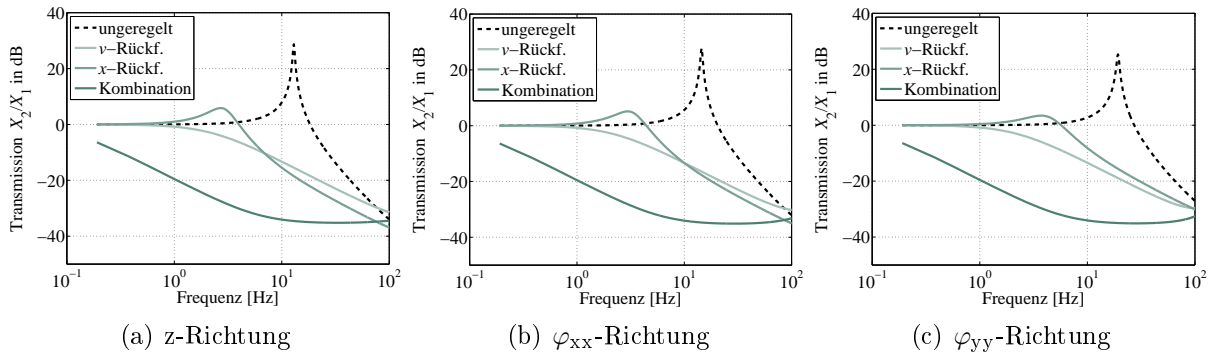


Abbildung 9.10: Transmissionsverläufe bei unterschiedlichen Regelungsstrategien mit Bimorphlagerung

### 9.1.3 Aufbau und Vermessung des aktiven Bimorphlagers

Der Prototyp des piezoelektrischen Bimorphlagers aus Abbildung 9.11 besteht aus wenigen Komponenten mit einer zudem geringen Komplexität. Der einfache Aufbau ist ein Vorteil des Lagers z. B. gegenüber elektrodynamischen Alternativen. Zum Vergleich mit dem aufgebauten Simulationsmodell des Lagers wird sein Blockierkraftverlauf entsprechend Abschnitt 6.6.1 bestimmt.

Abbildung 9.12 zeigt den simulierten Verlauf der Blockierkraft im Vergleich mit Messergebnissen der vier aktiven Lager der Isolationsplattform. Trotz einiger Ausschläge entspricht der prinzipielle Verlauf der gemessenen Blockierkraft dem Simulationsergebnis. Sowohl der generelle Phasenverlauf als auch die Hauptresonanz werden ausreichend ge-

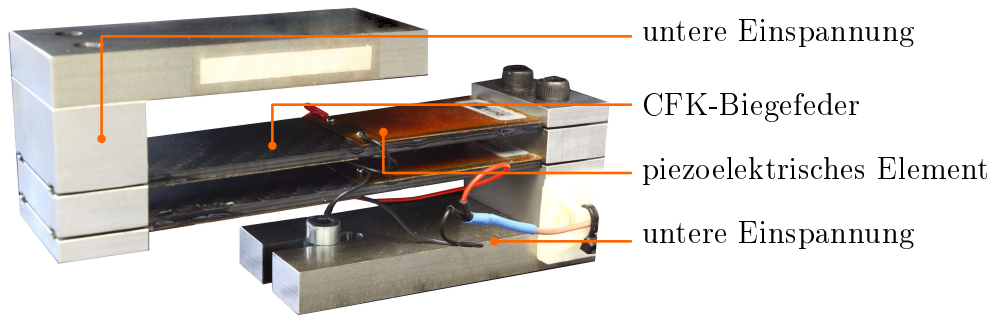


Abbildung 9.11: Prototyp des aktiven Lagers

nau beschrieben. Die kleineren minimalphasigen Pol- und Nullstellen weisen auf Resonanzen im Messaufbau hin, welche in der Simulation nicht berücksichtigt wurden. Auch der Betrag und der Verlauf der Blockierkraft bis 100 Hz entspricht dem simulierten Verlauf.

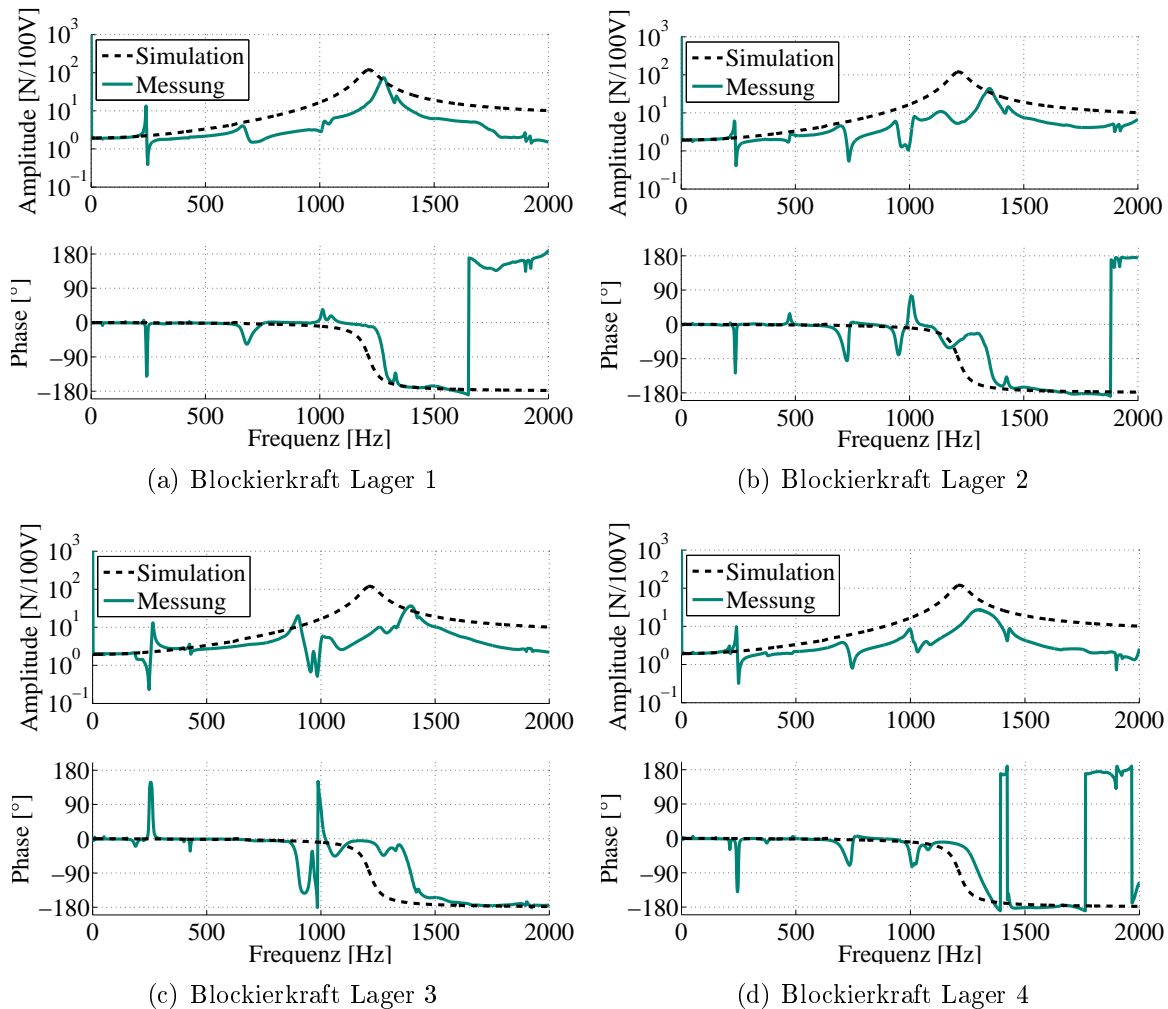


Abbildung 9.12: Verläufe der simulierten und gemessenen Blockierkraft



### 9.1.4 Aufbau und Vermessung der gesamtheitlichen Isolationsplattform

Die piezoelektrischen Bimorphlager werden in eine gesamtheitliche Isolationsplattform integriert. Abbildung 9.13 zeigt den Aufbau der Isolationsplattform.

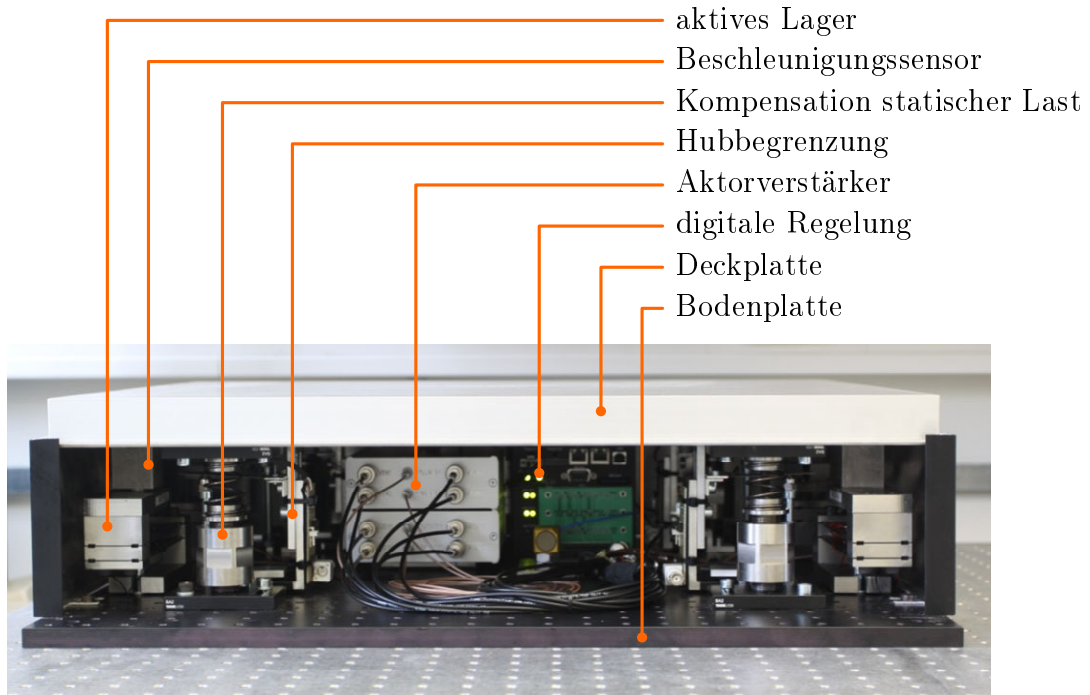


Abbildung 9.13: Aufbau der Isolationsplattform

Zur Kompensation statischer Lasten werden parallele Federn mit geringer Steifigkeit verwendet. Eine Hubbegrenzung soll die aktiven Lager vor einer Überlast schützen. Die piezoelektrischen Verstärker sowie die digitale Regelungsplattform sind ebenfalls im Gehäuse der Plattform untergebracht.

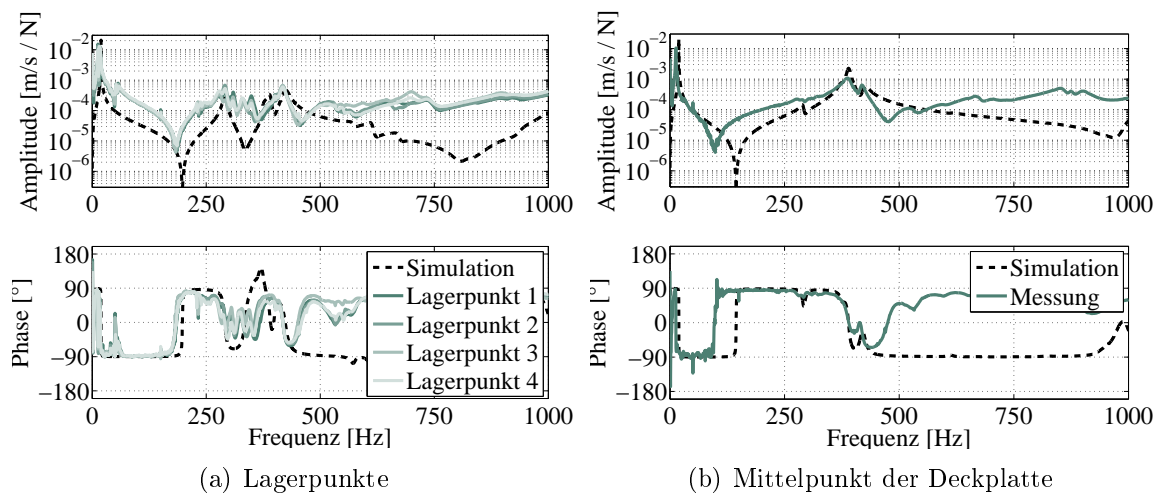


Abbildung 9.14: Punkadmittanzen der gesamtheitlichen Isolationsplattform

Zum Abgleich des Simulationsmodells mit der Strukturdynamik der Isolationsplattform werden Punktdmittanzen der vier Lagerpunkte und des Mittelpunkts der Deckplatte bestimmt. Vor dem Abgleich wurde ebenfalls ein Zustandsraummodell der Deckplatte, basierend auf Daten einer experimentellen Modalanalyse, dem Vorgehen aus Abschnitt 5 entsprechend, erzeugt und in die Systemsimulation integriert.

Abbildung 9.14 zeigt den Vergleich der gemessenen Admittanzverläufe mit den simulierten. Auch hier stimmen die Verläufe bis etwa 450 Hz ausreichend gut überein. Neben den Starrkörpereigenformen werden auch die ersten elastischen Moden der Deckplatte gut abgebildet. Der Verlauf der aktiven Transmission der Isolationsplattform ist in Abbildung 9.15 für den relevanten Frequenzbereich bis 100 Hz dargestellt. Die Masse des Aufbaus beträgt 34 kg. Als Regelungsalgorithmus wird eine Kombination aus dezentraler und zentraler Absolutgeschwindigkeitsrückführung verwendet.

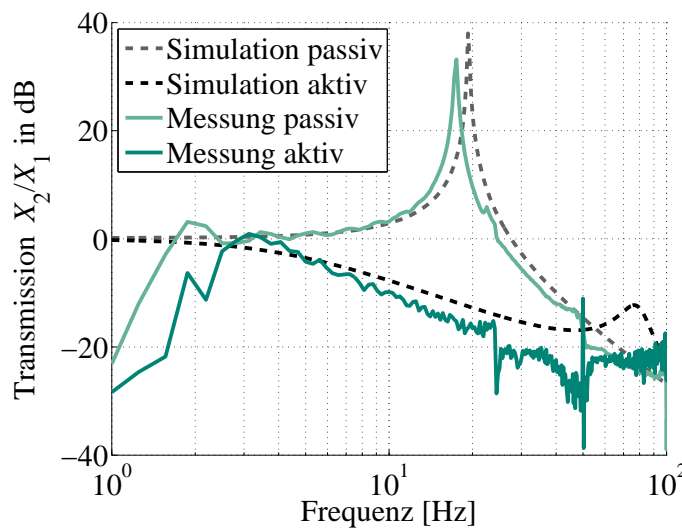


Abbildung 9.15: Transmission der Isolationsplattform in z-Richtung

Der passive und aktive Verlauf der gemessenen und simulierten Transmission ist gut vergleichbar. In der Messung kann im aktiven Zustand eine Isolation von etwa 17 dB in der Resonanzfrequenz bei ca. 18 Hz erreicht werden.

Durch die Entwicklungsmethodik konnte eine Isolationsplattform basierend auf piezoelektrische Bimorphen aufgebaut werden, welche eine breitbandige Isolationswirkung des Aufbaus ermöglicht. Dabei besitzt das Simulationsmodell eine hohe Vergleichbarkeit mit Messergebnissen.

## 9.2 System zur Isolation von sechs Freiheitsgraden

Aufbauend auf den in Kapitel 9.1.1 ermittelten Auslegungsparametern wird die piezoelektrische Bimorphlagerung zur Integration in eine Plattform für die Isolation von sechs Freiheitsgraden erweitert. Abbildung 9.16 (a) schematisiert den Aufbau einer mehraxialen Bimorphstruktur. Die serielle Anordnung einzelner Bimorphbalken ermöglicht dabei mehrere Wirkrichtungen. Vier aktive Lager, bestehend aus zweiaxial aktiven Bimorphs, können zu einem System zur aktiven Isolation von sechs Freiheitsgraden zusammengestellt werden.

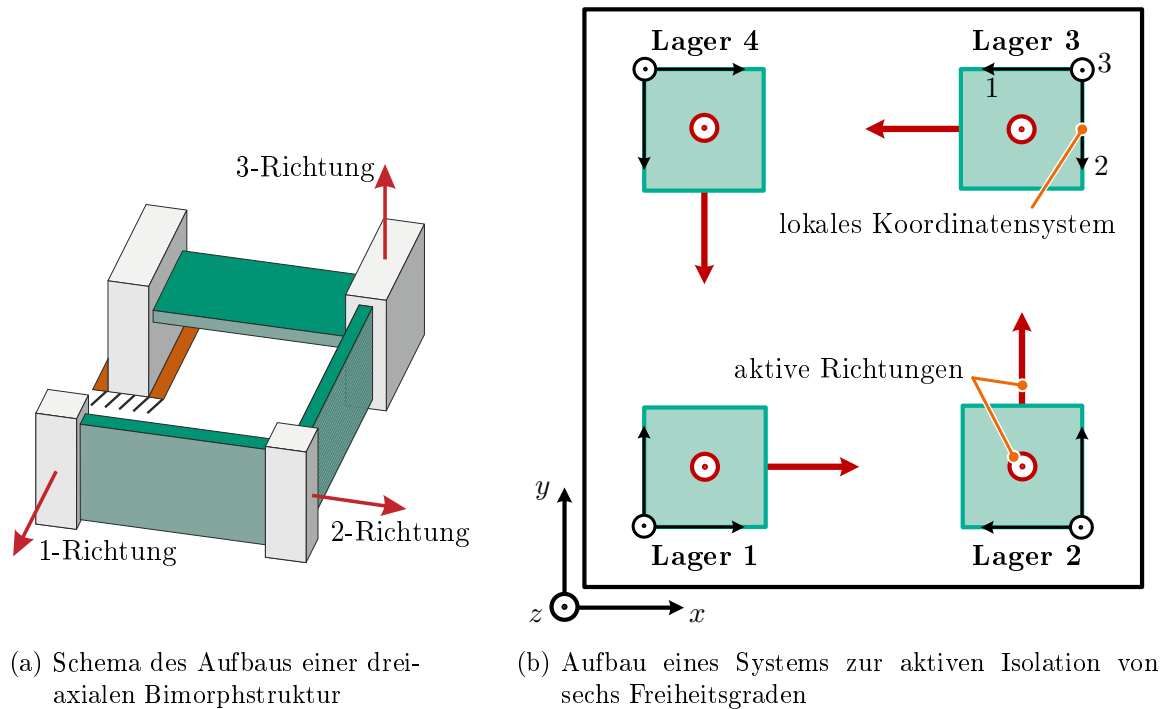


Abbildung 9.16: Schema einer mehraxialen aktiven Lagerung

Die Aufsicht eines solchen Systems zeigt Abbildung 9.16 (b). Für die einzelnen Lager wird dazu ein lokales Koordinatensystem in 1-, 2- und 3-Richtung definiert. In dem dargestellten Fall sind die 1- und die 3-Richtung der Lager aktiv gestaltet. Durch die aufgeführte gedrehte Anordnung der Lager um ihre Hochachse sind alle vertikalen (z-) Richtungen aktiv ausgeführt, während die aktive Richtung in horizontaler (xy-) Ebene zwischen den Lagern wechselt. Dadurch wird die Regelung aller Raumrichtungen eines gelagerten Starrkörpers ermöglicht.

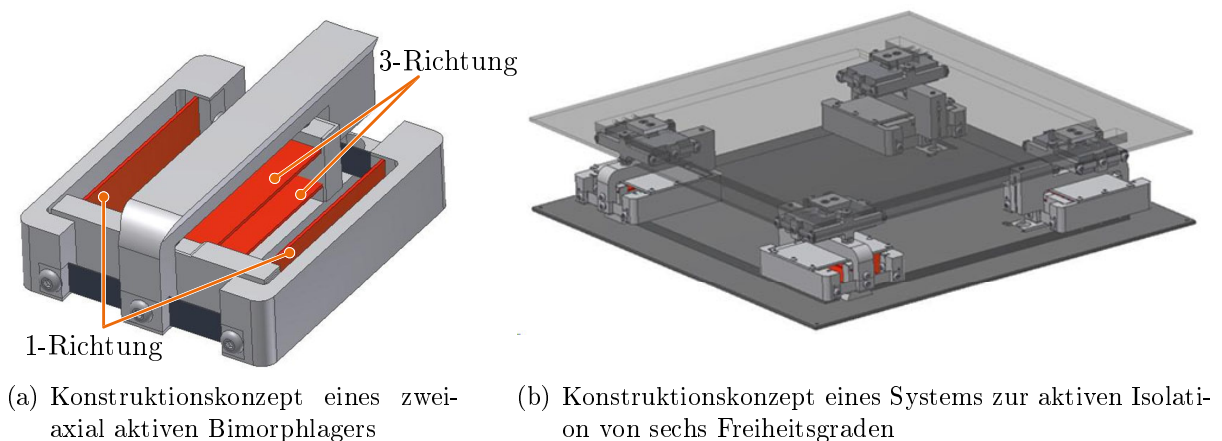


Abbildung 9.17: Konstruktionskonzept einer mehraxialen aktiven Lagerung

Ein Konstruktionskonzept zur Umsetzung einer derartigen Lagerung ist in Abbildung 9.17 (a) dargestellt. Dabei sind in 1- und 3-Richtung des Lagers jeweils zwei piezoelek-

trische Bimorphbalken angeordnet. In 2-Richtung wird ein passives Federelement eingesetzt. Alle Richtungen sind seriell miteinander verbunden. Die Anordnung ermöglicht eine parallele Führung der Bewegungsrichtungen des Lagers. Die Lager können entsprechend Abbildung 9.17 (b) in eine Lagerungsplattform integriert werden.

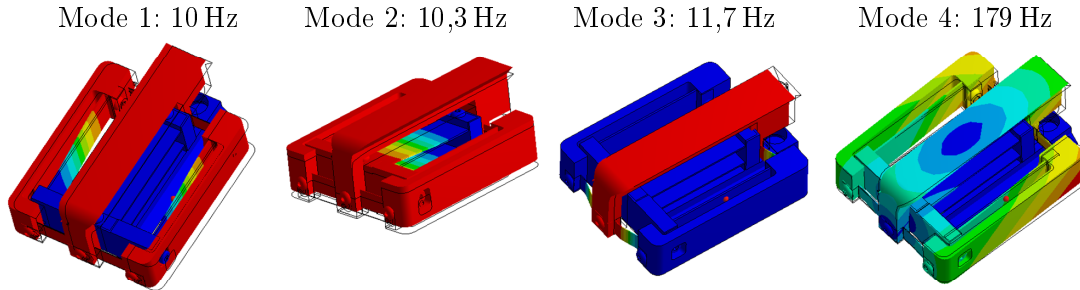
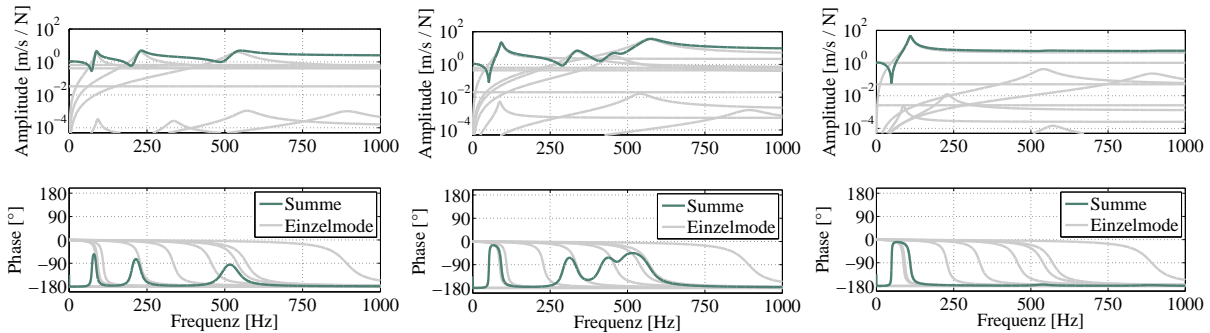
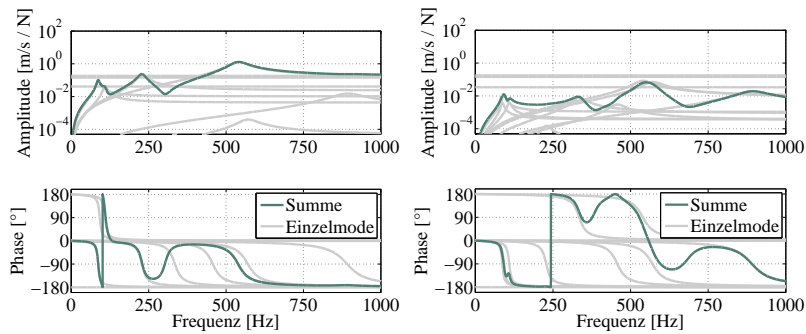


Abbildung 9.18: Moden der mehraxialen aktiven Lagerung bei 10 kg Auflast (blau = keine Verschiebung, rot = maximale Verschiebung)

Das Ergebnis einer numerischen Modalanalyse einer einzelnen Lagerung mit 10 kg zeigt Abbildung 9.18. Entsprechend der Vorauslegung zeigen Moden 1 bis 3 die Verschiebung des Aufbaus in 1-, 2- und 3-Richtung zwischen 10 Hz und 12 Hz. Die erste elastische Mode des Lagers liegt bei 179 Hz.



(a) Übertragungsfunktion von 1- in 1-Richtung      (b) Übertragungsfunktion von 2- in 2-Richtung      (c) Übertragungsfunktion von 3- in 3-Richtung



(d) Übertragungsfunktion von 1- in 3-Richtung      (e) Übertragungsfunktion von 2- in 3-Richtung

Abbildung 9.19: Modal synthetisierte Frequenzgänge des mehraxialen Lagers

Auf Basis der modalen Daten wird das Zustandsraummodell der Strukturdynamik des mehraxialen Lagers gebildet. Abbildung 9.19 stellt die aus den modalen Daten syntheti-

sierten Frequenzgänge des Kopplungspunkts eines Lagers mit dem Aufbau dar. Im Vergleich zur Übertragungsfunktion in gleiche Richtung weisen die Übertragungsfunktionen zwischen den einzelnen Richtungen einen niedrigeren Amplitudenverlauf auf, was der Entkopplung der Lagerrichtungen entspricht.

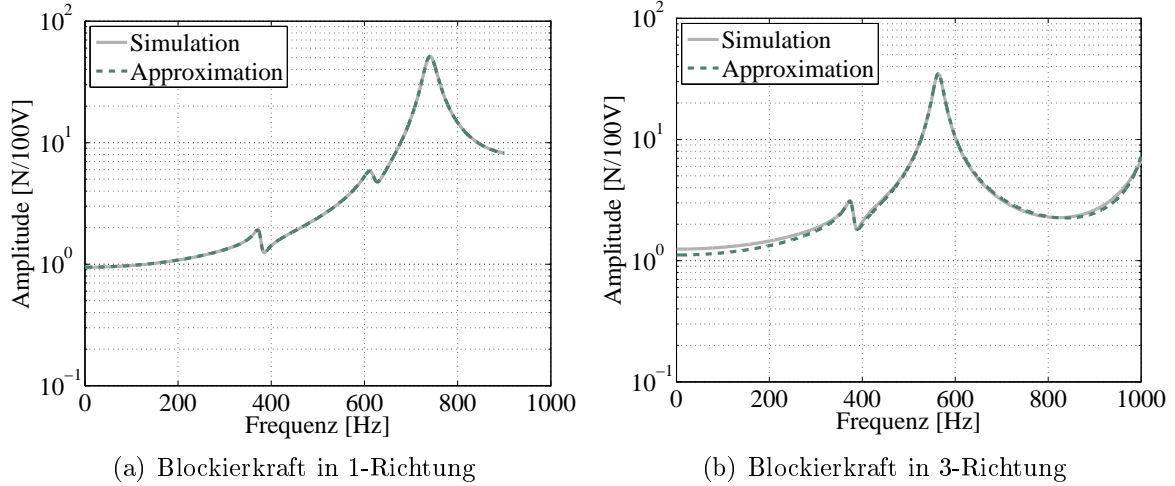


Abbildung 9.20: Durch IIR-Filter approximierte Blockierkraftverläufe

Zur Integration der Aktorwirkung in das Simulationsmodell wird die Approximation des Blockierkraftverlaufs durch einen IIR-Filter benötigt. Den numerisch simulierten und approximateden Verlauf der Blockierkraft in beide aktive Lagerrichtungen zeigt Abbildung 9.20.

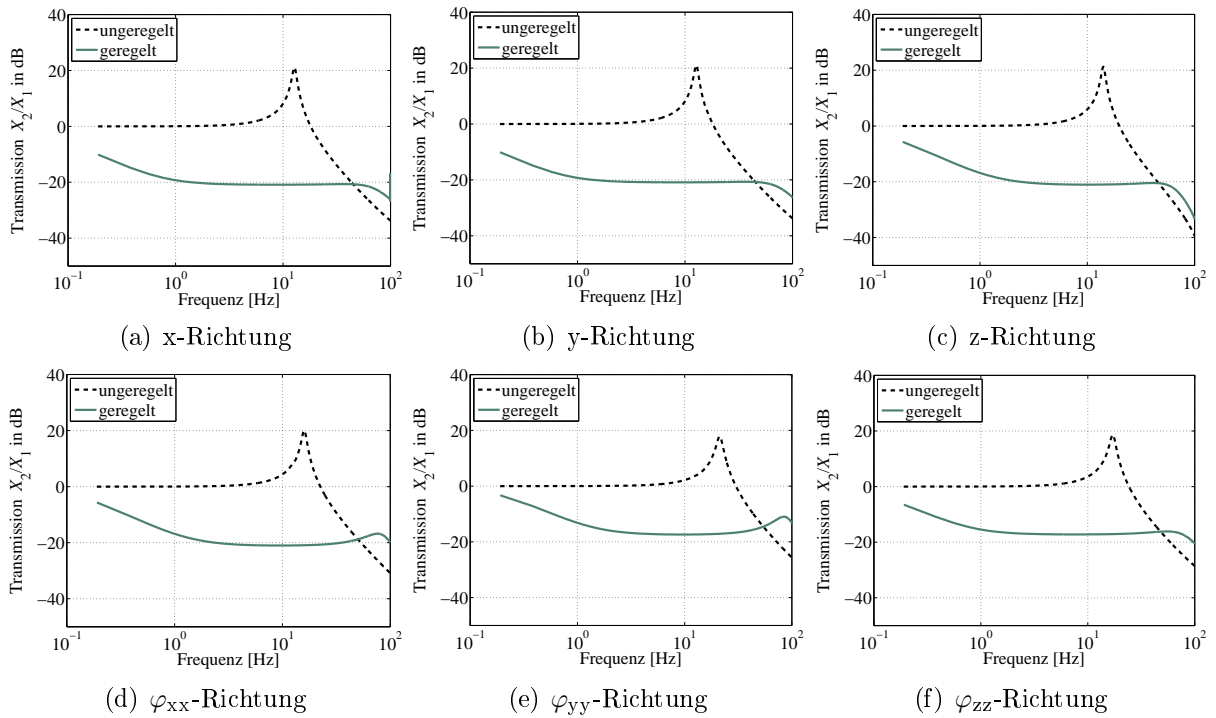
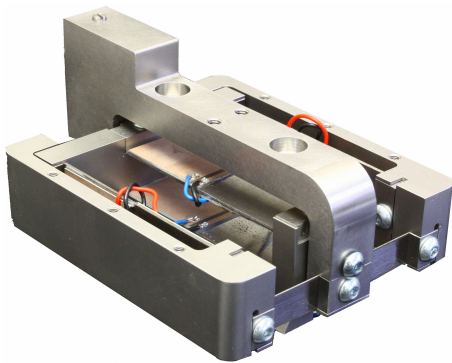
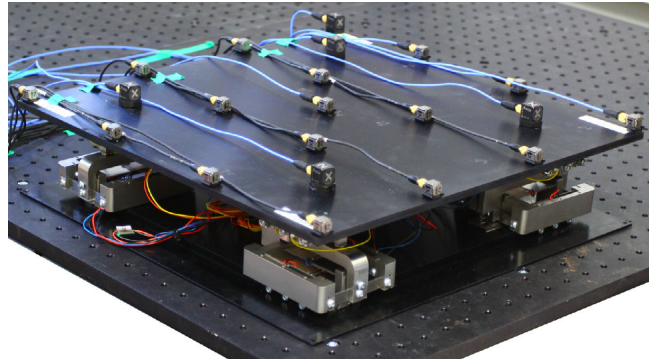


Abbildung 9.21: Transmissionsverläufe des geregelten und unregulierten Systems mit 40 kg Aufbaumasse

Die mehraxialen Lager, bestehend aus dem Zustandsraummodell und den IIR-Filtern, werden in das Simulationsmodell der Isolationsplattform eingefügt. Der Isolationseffekt der Plattform bei einer kombinierten Differenzweg- und Absolutgeschwindigkeitsrückführung geht aus Abbildung 9.21 hervor. Der Vergleich der Transmissionsverläufe des ungeregelten und des geregelten Systems zeigt eine Isolationswirkung von ca. -20 dB im Bereich der passiven Systemresonanz. Eine weitere Erhöhung der Isolation ist aufgrund der dynamischen Beeinflussung der einzelnen Richtungen nicht möglich. Eine Isolation tritt bereits unter 1 Hz in allen Starrkörperfreiheitsgraden auf.



(a) Aufbau des zweiaxial aktiven Bimorphlagers



(b) Aufbau des Systems zur aktiven Isolation von sechs Freiheitsgraden

Abbildung 9.22: Aufbau der mehraxialen aktiven Lagerung

Abbildung 9.22 zeigt den prototypischen Aufbau des mehraxial aktiven Bimorphlagers (9.22 (a)) sowie den Aufbau der Plattform zur aktiven Isolation von sechs Freiheitsgraden (9.22 (b)). In die Plattform sind vier der mehraxialen Lager sowie zweiaxial messende Beschleunigungssensoren integriert. Der endgültige Aufbau eines multiaxialen Isolationsystems ist Bestandteil eines laufenden Forschungsprojekts.

### 9.3 Zusammenfassung und Fazit zum Aufbau einer aktiven Isolationsplattform

In diesem Kapitel wird die Entwicklungsmethodik, wie sie in der vorliegenden Arbeit vorgestellt wird, zur Umsetzung einer dreiaxial isolierenden Isolationsplattform angewendet. Unter Verwendung eines Simulationsmodells mit idealen Komponenten werden zunächst prinzipielle Auslegungsparameter bestimmt. Diese Parameter beinhalten die benötigte Aktorkraft und die Messbereiche der Sensoren. Somit können die Zielparameter zur geometrischen Optimierung des Aktors definiert werden. Basierend auf numerisch ermittelten modalen Daten und dem Blockierkraftverlauf wird ein Aktormodell aufgebaut. Im Austausch mit den Modellen des idealen Kraftaktors werden die numerisch ermittelten Aktormodelle in die Systemsimulation integriert und die Transmissionsverläufe der geregelten Plattform bestimmt. In der Folge wird der Aktor aufgebaut und vermessen. Der Vergleich der Messergebnisse mit den Simulationsergebnissen zeigt eine gute Übereinstimmung, so dass die gesamte Isolationsplattform nachfolgend aufgebaut wird. Das gemessene und das simulierte Transmissionsverhalten der Isolationsplattform weisen ebenfalls eine

gute Übereinstimmung auf. In der Messung kann eine Isolation von 18 dB in der passiven Resonanzfrequenz erreicht werden.

Anschließend wird die Auslegung und der komponenten- und systemtechnische Entwurf einer Isolationsplattform mit sechs aktiven Freiheitsgraden vorgestellt.

Somit wird in einem Beispiel die Anwendbarkeit der Entwicklungsmethodik zum Aufbau mehraxialer funktionsintegrierter Gesamtsysteme vorgestellt. Zudem wird gezeigt, dass piezoelektrische Bimorphlager zur breitbandigen Isolation empfindlicher Geräte verwendet werden können.





# 10 Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit zeigt die Eignung funktionsintegrierter piezoelektrischer Bimorphlager für den Einsatz in Schwingungsisolationsplattformen. Im Mittelpunkt steht dabei eine geschlossene Darstellung der einzelnen Entwicklungsschritte der sensorischen und aktori-schen Funktionen sowie ihre Integration in eine flexible Systemsimulationsumgebung.

Im Vergleich zu existierenden Lösungen ermöglichen funktionsintegrierte Lager durch einen kompakteren Aufbau flachere Systeme und durch eine geringere Anzahl von Einzelkomponenten eine Reduktion der Komplexität. Somit ist auch eine Erhöhung der Zuverlässigkeit des Gesamtsystems zu erwarten. Darüber hinaus können sie flexibel an unterschiedliche Randbedingungen angepasst werden und bieten somit eine gesteigerte Unabhängigkeit von Zulieferketten.

Trotz ihrer guten Beschreibung und des Nachweises ihrer Effizienz liegen bislang keine Untersuchungen zum Einsatz von piezoelektrischen Bimorphaktoren in Isolationsplattformen vor. Gründe hierfür sind die im Vergleich zu alternativen aktorischen Elementen bislang hohen Kosten für piezoelektrische Elemente und der durch die Funktionsintegration erhöhte Entwicklungsaufwand.

Diese Arbeit zeigt die Effektivität einer Entwicklungsmethodik zur Auslegung aktorischer und sensorischer, funktionsintegrierter Bimorphelemente. Sie basiert auf dem V-Modell zur Entwicklung mechatronischer Systeme nach VDI-Richtlinie 2206. Dabei wird eine flexible Simulationmethode nach der Admittanz-Impedanz-Beschreibung vorgestellt und angewendet, die den gesamten Entwicklungsprozess unterstützt. Die Detaillierungsebenen der entwicklungsbegleitenden Simulationsumgebung werden beschrieben. Zudem sind die Entwicklungsschritte der einzelnen Komponenten der Isolationsplattform aufgeführt. Für die einzelnen Komponenten wird eine ausführliche Beschreibung zur Integration in die Simulationsumgebung und für die einzelnen Entwicklungsschritte gegeben.

Eine einfache analytische Beschreibung der gelagerten Struktur basiert auf der Starrkörpermechanik. Über Transformationsbeziehungen können Kräfte und Geschwindigkeiten an beliebigen Kopplungspunkten auf den Schwerpunkt des Starrkörpers bezogen werden. Zusammen mit dem Trägheitstensor kann über diese Transformationsbeziehungen ein Zustandsraummodell des Starrkörpers aufgestellt werden, welches in die Systemsimulation integriert werden kann. In der Folge wird ein Verfahren vorgestellt, welches auf Ergebnissen einer numerischen oder experimentellen Modalanalyse aufbaut. Basierend auf modalen Daten kann ein Zustandsraummodell abgeleitet werden, welches die elastische Dynamik des Aufbaus beinhaltet. Über das vorgestellte Vorgehen kann ein Modell des Aufbaus sowohl zur Vorauslegung grundsätzlicher Parameter als auch zur Integration in die Systemsimulation in späteren Entwicklungsphasen aufgestellt werden. Damit kann ein realitätsnäheres Verhalten des Aufbaus berücksichtigt werden, welches die Aussagekraft des Gesamtmodells der Isolationsplattform erhöht.

Zur Entwicklung eines piezoelektrischen Bimorphaktors werden alle Entwicklungsschritte vorgestellt. Ausgehend von zwei grundlegenden Konstruktionsprinzipien, den einseitig und den zweiseitig eingespannten Balken, wird die analytische Beschreibung zur Ableitung statischer und dynamischer Eigenschaften des Bimorphs vorgestellt. Die analytische Beschreibung wird zur automatisierten geometrischen Optimierung des Aktors verwendet. Anschließend werden Möglichkeiten zur konstruktiven Umsetzung mit ihren Vor- und Nachteilen aufgelistet. Der konstruktive Entwurf kann damit in einer numerischen Simulation anhand der Zielparameter validiert werden. Aufbauend auf numerischen Daten wird ebenso das Vorgehen dargestellt, ein dynamisches Modell des Bimorphs in die Simulationsumgebung zu integrieren. Analog zur Modellierung des Aufbaus wird ein passives dynamisches Teilmodell auf Basis modaler Daten gebildet. Das aktorische Teilmodell des Bimorphaktors wird über eine Approximation des numerisch ermittelten Blockierkraftverlaufs über einen IIR-Filter aufgebaut. Nach erfolgtem Aufbau sind bestimmte Messungen zur Charakterisierung des Lagers sinnvoll. Die Messaufbauten und die Messziele werden im Folgenden beschrieben. Ebenso kann das Modell des Bimorphaktors anschließend durch gemessene modale Daten und den gemessenen Blockierkraftverlauf angepasst werden. Das gegebene Beispiel eines Bimorphaktors zur Stellung eines hohen Weges belegt die Effektivität der Auslegungsmethodik auch bei extremen Anforderungen an einen Bimorphaktor.

Die Darstellung der Entwicklungsschritte zum Aufbau eines piezoelektrischen Bimorphsensors geschieht analog zum Aufbau eines Bimorphaktors. Bei der analytischen Auslegung stehen die Sensitivität und der Einsatzfrequenzbereich des Sensors im Mittelpunkt der geometrischen Optimierung. In der Folge werden Möglichkeiten zur konstruktiven Umsetzung des Sensors vorgestellt. Zur Charakterisierung des Sensors werden Wege zur Vermessung des Verlaufs der Sensorempfindlichkeit und des Rauschleistungsdichtespektrums aufgezeigt. Als Beleg der Anwendbarkeit der Methodik zur Auslegung von Sensoren wird die Entwicklung eines empfindlichen Beschleunigungssensors auf Basis piezoelektrischer Bimorphsensoren beschrieben.

Zur Regelung einer aktiven Isolationsplattform werden gängige Strategien und Methoden vorgestellt. Dabei werden unterschiedliche Signalarückführungen beschrieben und ihre Auswirkung auf den Isolationsverlauf aufgezeigt. Die unterschiedlichen Rückführungen können in einer zentralen oder dezentralen Regelung eingesetzt werden. Die prinzipielle Struktur beider Methoden wird in diesem Kapitel vorgestellt. Wie gezeigt, bietet eine dezentrale Regelung Vorteile bezüglich der Stabilität des Regelkreises. Demgegenüber steht, dass jeder zu regelnde Punkt kollokierte Aktoren und Sensoren benötigt. Die benötigte Anzahl von Sensoren der zentralen Regelung einer Isolationsplattform entspricht lediglich der Anzahl der zu regelnden sechs Freiheitsgrade. Aufgrund der benötigten Transformationsmatrizen ist jedoch die analoge Umsetzung aufwendig, was unter Umständen bedeutet, dass eine Digitalregelung eingesetzt werden muss. Je nach einsetzbarer Art und Anzahl von Sensoren sowie eingesetzter Regelungshardware, bieten somit alle Regelungsmethoden und Strategien Vor- und Nachteile. Aufgrund der benötigten empfindlichen Sensoren und der erzielten Isolationswirkung findet jedoch häufig eine Absolutgeschwindigkeitsrückführung in Kombination mit einer Absolutbeschleunigungs- oder Differenzwegrückführung Einsatz. In Regelungsbeispielen werden die Vor- und Nachteile der einzelnen Methoden verdeutlicht. Zudem wird auf mögliche Probleme hingewiesen, die durch die Integration eines Tiefpassfilters auftreten können.

Die Anwendbarkeit der gesamten vorgestellten Entwicklungsmethodik wird zur Um-

---

setzung einer dreiaxial isolierenden Isolationsplattform nachgewiesen. Unter Verwendung eines Simulationsmodells mit idealen Komponenten werden zunächst prinzipielle Auslegungsparameter bestimmt. Diese Parameter beinhalten die benötigte Aktorkraft und die Messbereiche der Sensoren. Somit können die Zielparameter zur geometrischen Optimierung des Aktors definiert werden. Basierend auf numerisch ermittelten modalen Daten und dem Blockierkraftverlauf kann ein Aktormodell aufgebaut werden. Im Austausch mit den Modellen des idealen Kraftaktors werden die numerisch ermittelten Aktormodelle in die Systemsimulation integriert und die Transmissionsverläufe der geregelten Plattform bestimmt. In der Folge wird der Aktor aufgebaut und vermessen. Der Vergleich der Messergebnisse mit den Simulationsergebnissen zeigt eine gute Übereinstimmung, so dass die gesamte Isolationsplattform aufgebaut wird. Das gemessene und das simulierte Transmissionsverhalten der Isolationsplattform weisen ebenfalls eine gute Übereinstimmung auf. In der Messung kann eine Isolation von 18 dB in der passiven Resonanzfrequenz erreicht werden. Anschließend wird die Auslegung und der konstruktive Entwurf einer Isolationsplattform mit sechs aktiven Freiheitsgraden vorgestellt.

Somit wird die Anwendbarkeit der Entwicklungsmethodik zum Aufbau mehraxialer funktionsintegrierter Gesamtsysteme vorgestellt. Zudem wird gezeigt, dass piezoelektrische Bimorphlager zur breitbandigen Isolation empfindlicher Geräte verwendet werden können.

Punkte, die künftige Arbeiten umfassen werden, sind eine Weiterentwicklung der Entwicklungsmethodik, eine Erweiterung der bestehenden Isolationsplattformen, alternative Aufbauten einer mehraxialen Isolationsplattform und die Erschließung weiterer Anwendungsgebiete zur Auslegung piezoelektrischer Bimorphsysteme.

Eine Weiterentwicklung der Entwicklungsmethodik beinhaltet die Ergänzung von Entwicklungsschritten zur Auslegung weiterer Bimorphstrukturen und den Aufbau von vorgefertigten Modulen zur Integration in die Simulationsumgebung. Konkrete Punkte, die Vorteile bei der Auslegung von Bimorphstrukturen mit sich bringen, sind die Berücksichtigung von Randbedingungen sowie die Betrachtung komplexerer Geometrien von Grundstrukturen und piezoelektrischen Elementen. Dies würde besonders die analytische Optimierung aufwendiger gestalten. Ebenso können alternative numerische Reduktionsverfahren (z. B. „component mode synthesis“), die bereits existieren oder in der Entwicklung sind, Vorteile bei der Integration von Aktoreigenschaften in die Simulationsumgebung bieten. So werden Methoden entwickelt, die eine Reduktion piezoelektrischer Freiheitsgrade ermöglichen. Darüber hinaus laufen aktuelle Untersuchungen im Bereich der Integration eines wegsensorischen Elements in einen Bimorphaktor. Dabei treten in einem Bauteil Wechselwirkungen zwischen der Mechanik, der Aktorik und der Sensorik auf. Die Kopplung des Bimorphs an einen elektrischen Shunt steht ebenso im Fokus laufender Arbeiten. Die Berücksichtigung dieser elektromechanischen Kopplung erweitert den Anwendungsbereich der Entwicklungsmethodik.

Begünstigt durch den modularen Aufbau der Simulationsmethode können beliebige Komponenten als einzelne Module in die Systemumgebung integriert werden. Arbeiten bezüglich des Aufbaus einer Moduldatenbank sehen unter anderem die Integration von Verstärkern und anderen Komponenten vor. Dadurch kann auch die Auslegung funktionsintegrierter Strukturen genauer gestaltet werden.

Die Erweiterung der bestehenden Isolationsplattform steht im Fokus direkter Folgearbeiten. Der Aufbau einer Plattform zur Isolation von sechs Freiheitsgraden wurde in

dieser Arbeit bereits vorgestellt. Darüber hinaus werden aktuell Lagermodule aufgebaut, welche in allen drei Raumrichtungen aktiv ausgeführt sind. Auch die Integration und Entwicklung weiterer Sensorkonzepte bringt Vorteile in Hinblick auf die Funktion und einen kompakten Aufbau der Isolationsplattform. Beispielhaft hierfür seien die Integration eines Differenzwegsensors und die Entwicklung eines dreiaxial empfindlichen Beschleunigungssensors oder alternativer Sensorkonzepte erwähnt. Die Erweiterung des Bereichs der Aufbaumasse erhöht ebenso den Nutzen der Isolationsplattform.

Das Konzept einer besonders flachen und kompakten Isolationsplattform ist in Abbildung 10.1 dargestellt. Dabei greifen die Aktoren an unterschiedlichen Rahmenpositionen an bzw. sind seriell miteinander verbunden. Hierbei handelt es sich um ein Gesamtkonzept einer Isolationsplattform.

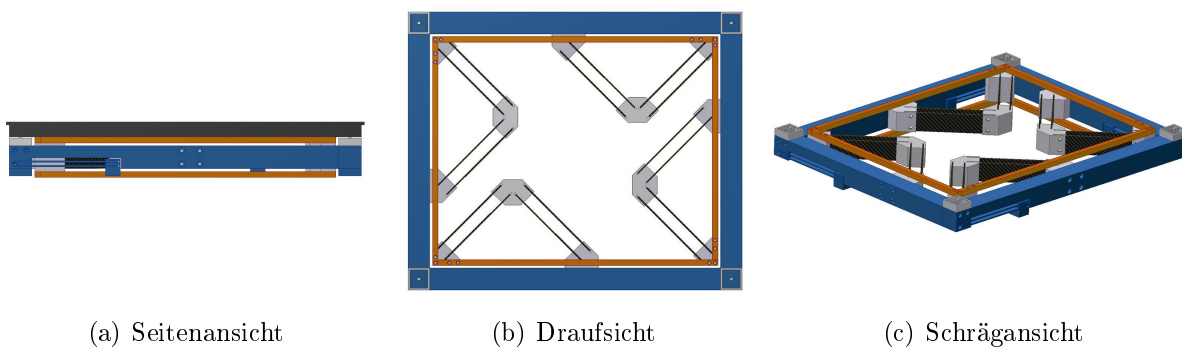


Abbildung 10.1: Konzept einer kompakten piezoelektrischen Plattform zur Isolation von sechs Freiheitsgraden

Ebenso existieren weitere Anwendungsgebiete für den Einsatz der Entwicklungsmethodik funktionsintegrierter Bimorphstrukturen. Aktive Tilger, die auf piezoelektrischen Bimorphen basieren, wurden bereits vielfältig in Bezug auf ihren Einsatz, ihre Regelung und ihre Systemzuverlässigkeit untersucht. Abbildung 10.1 zeigt ein Beispiel eines aktiven Tilgers. Die vorgestellte Entwicklungsmethodik bietet die Möglichkeit einer effektiven Auslegung bzw. Anpassung der Tilger an verschiedene Anforderungen. Ebenso basieren semiaktive Systeme häufig auf piezoelektrischen Bimorphen. Dabei können geschuntete Tilger oder Isolatoren einen Zwischenschritt zwischen passiven und aktiven Systemen darstellen. In ihrem Entwicklungsprozess kann die vorgestellte Methodik ebenfalls Vorteile bringen. Dazu ist die elektro-mechanische Kopplung in die Entwicklungsschritte zu integrieren. Abschließend seien Energy-Harvesting-Systeme genannt, die auf einem entsprechenden Konstruktionsprinzip beruhen.

# Literatur

- Abu Hanieh, A., Preumont, A. und Loix, N. (2001). *Piezoelectric Stewart platform for general purpose active damping interface and precision control*. In: Tagungsband: 9th European Space Mechanisms and Tribology Symposium.
- Aimmanee, S., Chutima, S. und Hyer, M. W. (2009). *Nonlinear analysis of RAINBOW actuator characteristics*. In: Smart Materials and Structures. Vol. 18, Nr. 4, S. 045002.
- Amick, H., Gendreau, M. und Gordon, C. G. (2002). *Facility Vibration Issues for Nanotechnology Research*. In: Tagungsband: Symposium on Nano Device Technology.
- Atzrodt, H., Herold, S. und Reimann, A. (2007). *Development and testing of an active system for the reduction of breadboard vibrations*. In: Tagungsband: Adaptronic Congress.
- Ballas, R. G., Schlaak, H. und Schmid, A. (2006). *The constituent equations of piezoelectric multilayer bending actuators in closed analytical form and experimental results*. In: Sensors and Actuators A: Physical. Vol. 130-131, S. 91–98.
- Bartel, T., Atzrodt, H., Herold, S. und Melz, T. (2010). *Modeling of an Active Mounted Plate by means of the Superposition of a Rigid Body and an Elastic Model*. In: Tagungsband der International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA).
- Bartel, T., Baghaie Yazdi, M., Melz, T. und Tarle, P. (2011). *Optimization and measurement of a flexible sensitive sensor design*. In: Tagungsband: 5th ECCOMAS Conference on Smart Structures and Materials.
- Bartel, T., Koch, M., Matthias, M. und Tarle, P. (2012). *Simulation, development, and testing of a triaxial vibration isolation platform*. In: Tagungsband: International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA).
- Bartel, T., Herold, S., Mayer, D. und Melz, T. (2013). *Development and testing of active vibration control systems with piezoelectric actuators*. In: Tagungsband: 6th ECCOMAS Conference on Smart Structures and Materials.
- Barzilai, A., VanZandt, T. und Kenny, T. (1998). *Technique for measurement of the noise of a sensor in the presence of large background signals*. In: Review of Scientific Instruments. Nr. 69, S. 2767–2772.
- Boehm, B. W. (1979). *Guidelines for Verifying and Validating Software Requirements and Design Specifications*. In: Tagungsband: Euro IFIP 79. North Holland, S. 711–719.
- Bohn, C., Cortabarria, A., Härtel, V. und Kowalczyk, K. (2004). *Active control of engine-induced vibrations in automotive vehicles using disturbance observer gain scheduling*. In: Control Engineering Practice. Vol. 12, Nr. 8, S. 1029–1039.
- Bös, J., Janssen, E., Kauba M. und Mayer, D. (2008). *Active vibration reduction applied to the compressor of an air-conditioning unit for trams*. In: Tagungsband: Acoustics.
- Brennan, M. J., Garcia-Bonito, J., Elliott, S. J., David, A. und Pinnington, R. J. (1999). *Experimental investigation of different actuator technologies for active vibration control*. In: Smart Materials & Structures. Vol. 8, S. 145–153.
- Campolo, D., Sahai, R. und Fearing, R. S. (2003). *Development of piezoelectric bending actuators with embedded piezoelectric sensors for micromechanical flapping mechanisms*.

- In: Tagungsband: IEEE International conference on robotics and automation, S. 3339–3346.
- Chung, S. W. und Kim, S. J. (2005). *Investigation of actuating displacement performance of curved actuator by large-scale computation*. In: Smart Materials and Structures. Vol. 14, Nr. 4, S. 615–623.
- Collet, M., Walter, V. und Delobelle, P. (2003). *Active damping of a micro-cantilever piezo-composite beam*. In: Journal of Sound and Vibration. Vol. 260, Nr. 3, S. 453–476.
- Deutsches Institut für Normung e.V. (DIN) (2001). *Erschütterung im Bauwesen*. Berlin.
- DeVoe, D. L. und Pisano, A. P. (1997). *Modeling and Optimal Design of Piezoelectric Cantilever Microactuators*. In: Journal of Microelectromechanical Systems. Nr. 3, S. 266–270.
- Dhuri, K. D. und Seshu, P. (2009). *Multi-objective optimization of piezo actuator placement and sizing using genetic algorithm*. In: Journal of Sound and Vibration. Vol. 323, Nr. 3-5, S. 495–514.
- Ding, C., Damen, A. A. H. und Bosch, P. P. J. van den (2010). *Robust vibration isolation by Frequency-Shaped Sliding Surface Control with geophone dynamics*. In: Tagungsband: 36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society (IECON 2010), S. 211–216.
- Donoso, A. und Sigmund, O. (2009). *Optimization of piezoelectric bimorph actuators with active damping for static and dynamic loads*. In: Structural and Multidisciplinary Optimization. Vol. 38, Nr. 2, S. 171–183.
- Dosch, J. J., Inman, D. J. und Garcia, E. (1992). *A Self-Sensing Piezoelectric Actuator for Collocated Control*. In: Journal of Intelligent Material Systems and Structures. Nr. 3, S. 166–185.
- Edery-Azulay, L. und Abramovich, H. (2006a). *Augmented damping of a piezo-composite beam using extension and shear piezoceramic transducers*. In: Composites Part B-Engineering. Vol. 37, S. 320–327.
- Edery-Azulay, L. und Abramovich, H. (2006b). *Active damping of piezo-composite beams*. In: Composite Structures. Vol. 74, S. 458–466.
- Elissalde, C. und Cross, L. (1995). *Dynamic characteristics of rainbow ceramics*. In: Journal of the American Ceramic Society. Vol. 78, Nr. 8, S. 2233–2236.
- Fuller, C. R., Elliott, S. J. und Nelson, P. A. (1996). *Active control of vibration*. London, and San Diego: Academic Press.
- Gabbert, U., Nestorović, T. und Wuchatsch, J. (2008). *Methods and possibilities of a virtual design for actively controlled smart systems*. In: Computers & Structures. Vol. 86, Nr. 3-5, S. 240–250.
- Garcia-Bonito, J., Brennan, M. J., Elliott, S. J., David, A. und Pinnington, R. J. (1998). *A novel high-displacement piezoelectric actuator for active vibration control*. In: Smart Materials and Structures. Nr. 7, S. 31–42.
- Garcia, F., Hixson, E., Huerta, C. und Orozco, H. (1999). *Seismic accelerometer*. In: Tagungsband: Instrumentation and Measurement Technology Conference. Vol. 3, S. 1342–1346.
- Gardonio, P. und Brennan, M. J. (2002). *On the Origins and Development of Mobility and Impedance Methods in Structural Dynamics*. In: Journal of Sound and Vibration. Vol. 249, Nr. 3, S. 557–573.
- Gordon, C. G. (1999). *Generic vibration criteria for vibration-sensitive equipment*. In: Tagungsband: SPIE: Optomechanical Engineering and Vibration Control, S. 22–33.

- Greene, G. L. (1987). *Verfahren und Vorrichtung zur Isolation einer Tischplatte vor mechanischen Schwingungen*. Pat. Nr. DE 3718630.
- Hagedorn, P. (2006). *Festigkeitslehre*. 4. Aufl. Vol. 2. Technische Mechanik. Frankfurt am Main: Deutsch.
- (2008). *Dynamik*. 4. Aufl. Vol. 3. Technische Mechanik. Frankfurt am Main: Deutsch.
- Hagedorn, P. und DasGupta, A. (2007). *Vibrations and waves in continuous mechanical systems*. Chichester u. a.: Wiley.
- Halcyonics (2001). *Schwingungsdämpfungssystem*. Pat. Nr. DE 201 02 333 U1.
- (2003). *Vorrichtung zur aktiven Schwingungsisolierung und/oder -steuerung*. Pat. Nr. DE 203 03 784 U1.
- (2006). *Sensor-/Aktuatoremodul und Schwingungsisolationsvorrichtung*. Pat. Nr. DE 20 2005 019 904 U1.
- (2007). *Schwingungskompensationsvorrichtung*. Pat. Nr. DE 20 2006 018 096 U1.
- (2013). *Principles of Halcyonics Active Vibration Isolation Technology: Compendium*. url: [http://www.accurion.com/download/compendium\\_-\\_principles\\_-\\_a~.pdf](http://www.accurion.com/download/compendium_-_principles_-_a~.pdf).
- Harkey, J. und Kenny, T. (2000). *1/f noise considerations for the design and process optimization of piezoresistive cantilevers*. In: Microelectromechanical Systems, Journal of. Vol. 9, Nr. 2, S. 226–235.
- Heiland, D. (2008). *Zur Frage der Gebrauchstauglichkeit bei Bauwerken der Mikro- und Nanotechnik*. In: Tagungsband: Tag der Baudynamik 2008 - Gebrauchstauglichkeit bei baulastdynamischen Beanspruchungen, S. 61–69.
- Heiland, D. und Mistler, M. (2009). *Vibrations in semiconductor and nanotechnology facilities*. In: Tagungsband: Experimental Vibration Analysis for Civil Engineering Structures (EVACES'09), S. 465–474.
- Herold, S. (2003). *Simulation des dynamischen und akustischen Verhaltens aktiver Systeme im Zeitbereich*. Diss. TU Darmstadt.
- Herold, S., Junblut, T. und Kurch, M. (2009). *A Systematic Approach to Simulate Active Mechanical Structures*. In: Tagungsband des Seminar "Multidisciplinary Simulations - the Future of Virtual Product Development".
- Herold, S., Kraus, R., Militzer, J. und Rue, G. de (2013). *Vibration control of a medium-sized vehicle by a novel active engine mount*. In: Tagungsband: 4th PT PIESA Symposium.
- Herold, S., Atzrodt, H., Mayer, D. und Thomaier, M. (2006). *Modelling approaches for active systems*. In: Tagungsband: Smart Structures and Materials and NDE for Health Monitoring and Diagnostics.
- Huang, C., Lin, Y. Y. und Tang, T. A. (2004). *Study on the tip-deflection of a piezoelectric bimorph cantilever in the static state*. In: Journal of Micromechanics and Microengineering. Vol. 14, S. 530–534.
- Jalili, N. und Knowles, D. W. (2004). *Structural vibration control using an active resonator absorber: modeling and control implementation*. In: Smart Materials and Structures. Vol. 13, Nr. 5, S. 998–1005.
- Ji, H., Qiu, J., Zhu, K. und Matsuta, K. (2009). *An Improved System of Active Noise Isolation Using a Self-sensing Actuator and Neural Network*. In: Journal of Vibration and Control. Vol. 15, S. 1853–1873.
- Junblut, T., Kraus, R., Millitzer, J., Herold, S., Melz, T. und Hanselka, H. (2012). *Modellbasierte Entwicklung einer aktiven elastischen Lagerung für Aggregate*. In: Konstruktion - Zeitschrift für Produktentwicklung und Ingenieur-Werkstoffe. Nr. 9, S. 68–74.

- Kauba, M., Herold, S., Koch, T., Mayer, D. und Melz, T. (2008). *Design and application of an active vibration control system for a marine engine mount*. In: Tagungsband: Acoustics.
- Kayacik, O., Bruch, J. C. J., Sloss, J. M., Adali, S. und Sadek, I. S. (2008). *Integral equation approach for piezo patch vibration control of beams with various types of damping*. In: Computers & Structures. Vol. 86, S. 357–366.
- Kerber, F., Hurlebaus, S., Beadle, B. und Stöbener, U. (2007). *Control concepts for an active vibration isolation system*. In: Mechanical Systems and Signal Processing. Vol. 21, Nr. 8, S. 3042–3059.
- Kim, Y., Park, K. H., Park, H. C., Goo, N. S. und Yoon, K. J. (2005). *Performance evaluation of lightweight piezo-composite actuators*. In: Sensors and Actuators A-Physical. Vol. 120, Nr. 1, S. 123–129.
- Kim, Y., Cai, L., Usher, T. und Jiang, Q. (2009). *Fabrication and characterization of THUNDER actuators-pre-stress-induced nonlinearity in the actuation response*. In: Smart Materials & Structures. Vol. 18, Nr. 9, S. 095033.
- Konstanzer, P., Grünwalder, M., Jänker, P. und Storm, S. (2006). *Aircraft interior noise reduction through a piezo tunable vibration absorber system*. In: Tagungsband: 25th Internassional Congress of the Aeronautical Sciences.
- Konstanzer, P., Jänker, P. und Storm, S. (2007). *A piezo inertial force generator optimized for high force and low frequency*. In: Smart Materials and Structures. Vol. 16, Nr. 4, S. 1260–1264.
- Kowalczyk, K., Karkosch, H.-J., Marienfeld, P. M. und Svaricek, F. (2006). *Rapid Control Prototyping of Active Vibration Control Systems in Automotive Applications*. In: Tagungsband: 2006 IEEE Conference on Computer Aided Control Systems Design.
- Kraner, E. (2006). *Systems and methods for active vibration damping*. Pat. Nr. WO 2006/13277 A2.
- Lee, B.-H. und Lee, C.-W. (2009). *Model based feed-forward control of electromagnetic type active control engine-mount system*. In: Journal of Sound and Vibration. Vol. 323, Nr. 3-5, S. 574–593.
- Li, G., Furman, E. und Haertling, G. H. (1996). *Fabrication and Properties of PSZT Antiferroelectric Rainbow Actuators*. In: Ferroelectrics. Nr. 188, S. 223–236.
- Matthias, M., Friedmann, A., Koch, T. und Drögemüller, T. (2007). *Active mounts for marine application*. In: Tagungsband: The 14th International Symposium on: Smart Structures and Materials & Nondestructive Evaluation and Health Monitoring. SPIE, 65251Z–65251Z–12.
- May, C., Kuhnen, K., Pagliarulo, P. und Janocha, H. (2003). *Magnetostrictive Dynamic Vibration Absorber (DVA) for Passive and Active Damping*. In: Tagungsband: Euro-noise.
- Mayer, D., Herold, S., Stücklschwaiger, W., Torrez-Torres, J., Stallaert, B. und Zhang, C. (2006). *Modeling of an active engine mount system for automotive applications*. In: Tagungsband: Euronoise.
- Müller, T., Hurlebaus, S., Stöbener, U. und Gaul, L. (2005). *Modelling and Control Techniques of an Active Vibration Isolation System*. In: Tagungsband: Conference & Exposition on Structural Dynamics.
- Nelson, P. G. (2002). *Supporting Active Pneumatic Isolators Vibration Isolation Systems on Platforms Supported by STACIS ‘Hard-Mount’ Piezoelectric Isolation Systems*. url: <http://www.techmfg.com/pdf/TMC/%20STACIS.pdf>.



- Ng, T. H. (2005). *Sensitivity Analysis and Energy Harvesting for a Self-Powered Piezoelectric Sensor*. In: Journal of Intelligent Material Systems and Structures. Vol. 16, Nr. 10, S. 785–797.
- Nordmann, R. (2001). *Mechatronische Systeme im Maschinenbau*. Vorlesungen Mechatronik & Maschinenakustik. Aachen: Shaker.
- Peeters, B., Auweraer, H. van der, Guillaume, P. und Leuridan, J. (2004). *The PolyMAX frequency-domain method: a new standard for modal parameter estimation?* In: Shock and Vibration. Vol. 11, Nr. 3, S. 395–409.
- Preumont, A. (2002). *Vibration control of active structures: An introduction*. 2. Aufl. Dordrecht, and Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Reus, R. d., Gullov, J. O. und Scheeper, P. R. (1999). *Fabrication and characterization of a piezoelectric accelerometer*. In: Journal of Micromechanics and Microengineering. Vol. 9, Nr. 2, S. 123–126.
- Röglin, T., Bartel, T., Breda, S., Gaisbauer, S., Mayer, D. und Millitzer, J. (2013). *Development of Piezoelectric Inertial Actuators for the Reduction of Vibrations in a Car Body*. In: Tagungsband: 39. Deutsche Jahrestagung für Akustik.
- Royce, W. W. (1970). *Managing the development of large software systems: concepts and techniques*. In: Proceeding IEEE Westcon. S. 1–9.
- Sadek, I., Kucuk, I., Zeini, E. und Adali, S. (2009). *Optimal boundary control of dynamics responses of piezo actuating micro-beams*. In: Applied Mathematical Modelling. Vol. 33, S. 3343–3353.
- Sandercock, J. R. (1986). *Anti-vibration device*. Pat. Nr. US 4615504.
- (1991). *Active vibration isolation system*. Pat. Nr. US 500415.
- Sandercock, J. R. (1985). *Vorrichtung zur Minderung der Vibration eines Objektes gegenüber einer Bezugsfläche*. Pat. Nr. DE 35 40 431 C2.
- (1987). *Anti-vibration system*. Pat. Nr. US 4643385.
- Schubert, D. W., Beard, A. M., Shedd, S. F., Earles Jr., M. R. und Von Flotow, A. H. (1998). *Stiff actuator active vibration isolation system*. Pat. Nr. US 5823307.
- Senthil, S. V. und Batra, R. C. (2001). *Analysis of piezoelectric bimorphs and plates with segmented actuators*. In: Journal of Thin-Walled Structures. Nr. 39, S. 23–44.
- Shen, X., Wang, X. und Lee (2006). *Experimental study on RAINBOW actuators made of PSZT*. In: Journal of Intelligent Material Systems and Structures. Vol. 17, Nr. 8-9, S. 691–694.
- Sloss, J. M., Bruch, J. C., Sadek, I. S. und Adali, S. (2003). *Piezo patch sensor/actuator control of the vibrations of a cantilever under axial load*. In: Composite Structures. Vol. 62, S. 423–428.
- Smits, J. G. und Choi, W. S. (1991). *The constituent equations of piezoelectric heterogeneous bimorphs*. In: IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control. Vol. 38, Nr. 3, S. 256–270.
- Smits, J. G. und Dalke, S. I. (1990). *The constituent equations of piezoelectric bimorphs*. In: IEEE 1990 Ultrasonics Symposium: Proceedings. S. 781–784.
- Smits, J. G., Dalke, S. I. und Cooney, T. K. (1991). *The constituent equations of piezoelectric*. In: Sensors and Actuators A-Physical. Vol. 28, Nr. 1, S. 41–61.
- Spanos, J., Rahman, Z. und Blackwood, G. (1995). *A Soft 6-axis Active Vibration Isolator - American Control Conference, Proceedings of the 1995*. In: Tagungsband: American Control Conference.

- Stöbener, U. (2009). *Suppression of Micro Vibration for Steel Frames using a Proof Mass Actuator*. In: Tagungsband: Adaptronic Congress.
- Sun, B. H. und Huang, D. (2001). *Vibration suppression of laminated composite beams with a piezo-electric damping layer*. In: Composite Structures. Vol. 53, Nr. 4, S. 437–447.
- TableStable (2013). *Active Vibration Isolation System TS-150/140 LP: Instruction manual*. url: <http://tablestable.com/>.
- Technical Manufacturing Corporation (2012). *Technical Background*. url: <http://www.techmfg.com/pdf/TMC\%20Techical\%20Background\%202011.pdf>.
- Verein Deutscher Ingenieure (VDI) (1993). *VDI-Richtlinie 2221: Methodik zum Entwickeln und Konstruieren technischer Systeme und Produkte*. Berlin.
- (2004). *VDI-Richtlinie 2206: Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme*.
- Weinberg, M. S. (1999). *Working equations for piezoelectric actuators and sensors*. In: Journal of Microelectromechanical Systems. Vol. 8, Nr. 4, S. 529–533.
- Wierach, p. (2005). *Bauweisen und Anwendungen von Piezokompositen in der Adaptronik*. In: Tagungsband: Adaptronic Congress.
- Winberg, M., Johansson, S. und Claesson, I. (2004). *Inertial mass actuators, understanding and tuning*. In: Tagungsband: International Congress on Sound and Vibration (ICSV).
- Wlodkowski, P. A., Deng, K. und Kahn, M. (2001). *The development of high-sensitivity, low-noise accelerometers utilizing single crystal piezoelectric materials*. In: Sensors and Actuators A: Physical. Nr. 90, S. 125–131.
- Yoon, K. J., Shin, S., Park, H. C. und Goo, N. S. (2002). *Design and manufacture of a lightweight piezo-composite curved actuator*. In: Smart Materials & Structures. Vol. 11, Nr. 1, S. 163–168.
- Yu, J.-C. und Lan, C.-B. (2001). *System modeling of microaccelerometer using piezoelectric thin films*. In: Sensors and Actuators A: Physical. Nr. 88.
- Zou, Q., Tan, W., Kim, E. S. und Loeb, G. E. (2008). *Single- and Triaxis Piezoelectric-Bimorph Accelerometer*. In: Journal of Microelectromechanical Systems. Nr. 17.

# Anhang

# A Gesamtmodell der dreiaxial aktiven Isolationsplattform

Ergänzend zur Arbeit werden an dieser Stelle die Matlab/Simulink Blockschaltbilder des Gesamtsystems der dreiaxial aktiven Isolationsplattform aus Kapitel 9.1 dargestellt.

## A.1 Simulink-Blockschaltbild

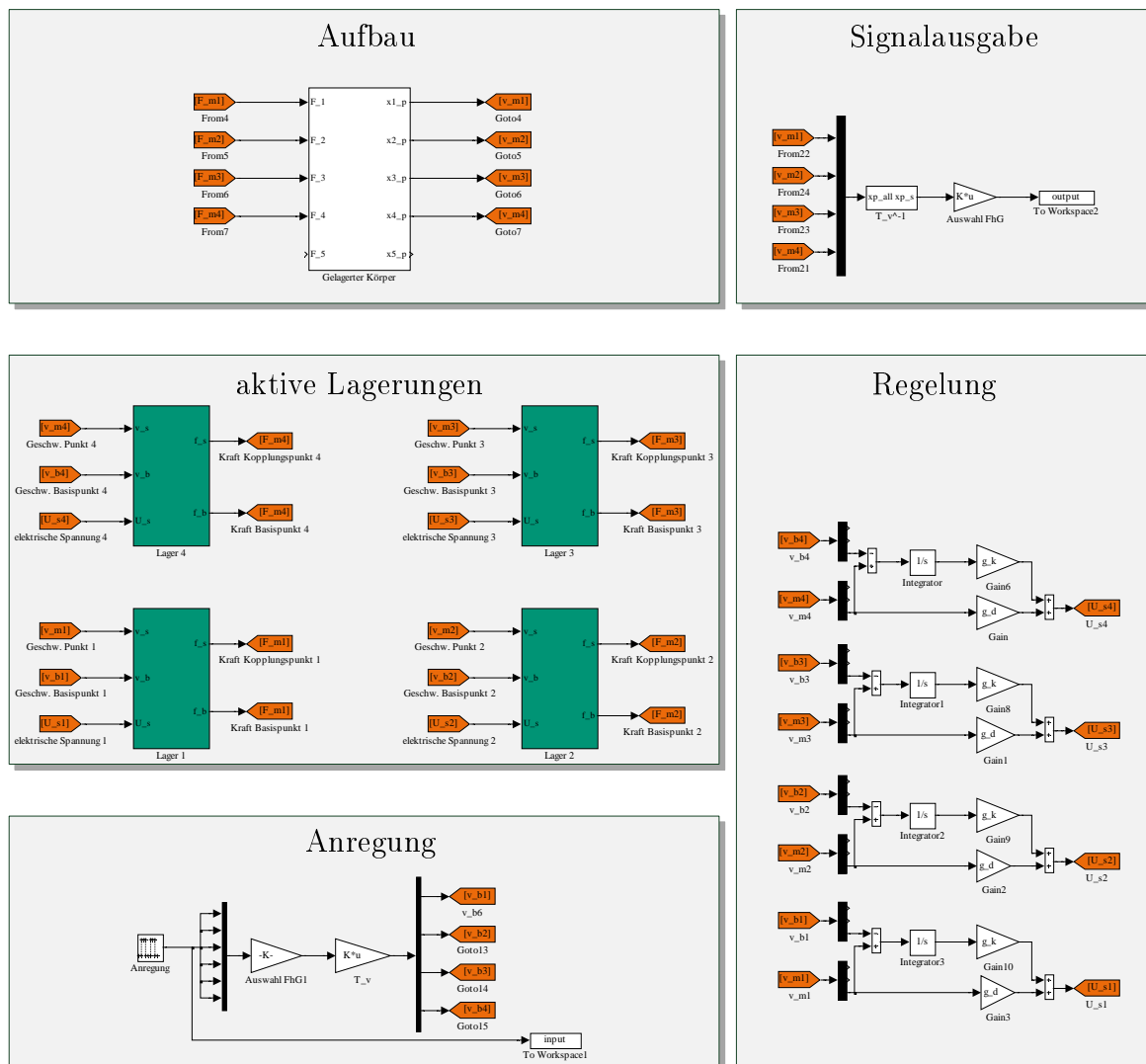


Abbildung A.1: Blockschaltbild des Simulinkmodells der in 3 Freiheitsgraden aktiven Isolationsplattform

# B Modell des Aufbaus der dreiaxial aktiven Isolationsplattform

Ergänzend zur Modellierung des Aufbaus des dreiaxial aktiven Isolationssystems aus Kapitel 9.1 werden hier vertiefte Hintergrundinformationen gegeben. Dabei werden die Parameter des Aufbaus, die Ermittlung der Starrkörperdaten und die modalen Daten zur Ableitung des elastischen Modells beschrieben.

## B.1 Parameter des Aufbaus

| Parameter         | Beschreibung   | Wert             |
|-------------------|--|------------------|
| $l_{AP}$          | Länge der Aufbauplatte   | 0,6 m            |
| $b_{AP}$          | Breite der Aufbauplatte  | 0,5 m            |
| $h_{AP}$          | Höhe der Aufbauplatte  | 0,033 m          |
| $m_{AP}$          | Masse des Aufbaus (Annahme: konstante Schwerpunktskoordinaten) | 10 kg bzw. 80 kg |
| $\delta_{l,SP_n}$ | Differenzlänge vom Aufbauschwerpunkt zum Lagerpunkt            | 0,2625 m         |
| $\delta_{b,SP_n}$ | Differenzbreite vom Aufbauschwerpunkt zum Lagerpunkt           | 0,1625 m         |
| $\delta_{h,SP_n}$ | Differenzhöhe vom Aufbauschwerpunkt zum Lagerpunkt             | 0,0165 m         |

Tabelle B.1: Parameter der Aufbauplatte

## B.2 Berechnung des Trägheitstensors des Aufbaus

Die Trägheitsmomente eines beliebigen Starrkörpers entsprechend Abbildung B.1 lassen sich über

$$\Theta_{xy} = \Theta_{yx} = - \int xy \, dm \quad (B.1)$$

$$\Theta_{xx} = \int (x^2 + y^2) \, dm \quad (B.2)$$

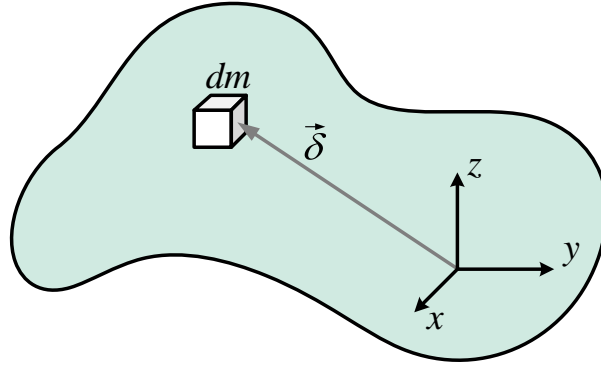


Abbildung B.1: Berechnung des Massenträgheitsmoments

berechnen. Entspricht der Starrkörper einer Platte, deren Schwerpunkt im Mittelpunkt liegt und die entlang ihrer x-, y- und z-Achse symmetrisch aufgebaut ist, entfallen die Deviationsmomente und die Gleichungen vereinfachen sich zu

$$\begin{aligned}\Theta_{xx} &= \frac{1}{12} m_{AP} (b_{AP}^2 + h_{AP}^2) \\ \Theta_{yy} &= \frac{1}{12} m_{AP} (l_{AP}^2 + h_{AP}^2) \\ \Theta_{zz} &= \frac{1}{12} m_{AP} (l_{AP}^2 + b_{AP}^2) .\end{aligned}\tag{B.3}$$

Der Trägheitstensor des Aufbaus ergibt sich nach dem Gleichungssystem B.3 und den in Tabelle B.1 angegebenen Parametern für eine Aufbaumasse von 10 kg zu

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} 10 \text{ kg} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 \text{ kg} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \text{ kg} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2092 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,3009 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5083 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{bmatrix}\tag{B.4}$$

und für eine Aufbaumasse von 80 kg zu

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} 80 \text{ kg} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 80 \text{ kg} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 80 \text{ kg} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,6739 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,4073 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4,0667 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{bmatrix} .\tag{B.5}$$

## B.3 Ergebnisse der experimentellen Modalanalyse des Aufbaus

Die zur Erstellung eines Modells der elastischen Aufbauplatte benötigten modalen Daten sind über eine experimentelle Modalanalyse ermittelt worden. Tabelle B.2 fasst die Eigenfrequenzen und die modalen Dämpfungsgrade der Moden bis 1.000 Hz zusammen.

| Mode Nr.            | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Eigenfrequenz [Hz]  | 352  | 414  | 436  | 586  | 625  | 728  | 993  | 1205 |
| modale Dämpfung [%] | 0,63 | 1,59 | 0,84 | 1,56 | 1,41 | 2,06 | 2,47 | 1,75 |

Tabelle B.2: Modale Daten der Aufbauplatte als Ergebnis einer EMA

Die dazugehörigen Eigenformen sind in Abbildung B.2 dargestellt. Über das *Modal Assurance Criterion (MAC)* kann die gegenseitige Abhängigkeit von zwei Eigenvektoren,  $\vec{\Phi}_1$  und  $\vec{\Phi}_2$ , beschrieben werden.

$$MAC(\vec{\Phi}_1, \vec{\Phi}_2) = \frac{|\vec{\Phi}_1^t \vec{\Phi}_2|^2}{(\vec{\Phi}_1^t \vec{\Phi}_1)(\vec{\Phi}_2^t \vec{\Phi}_2)} \quad (\text{B.6})$$

Der Wert „0“ entspricht dabei unabhängigen Eigenvektoren, der Wert „1“ identischen Eigenvektoren. Über das MAC kann somit eine Aussage über die Qualität der EMA gegeben werden.

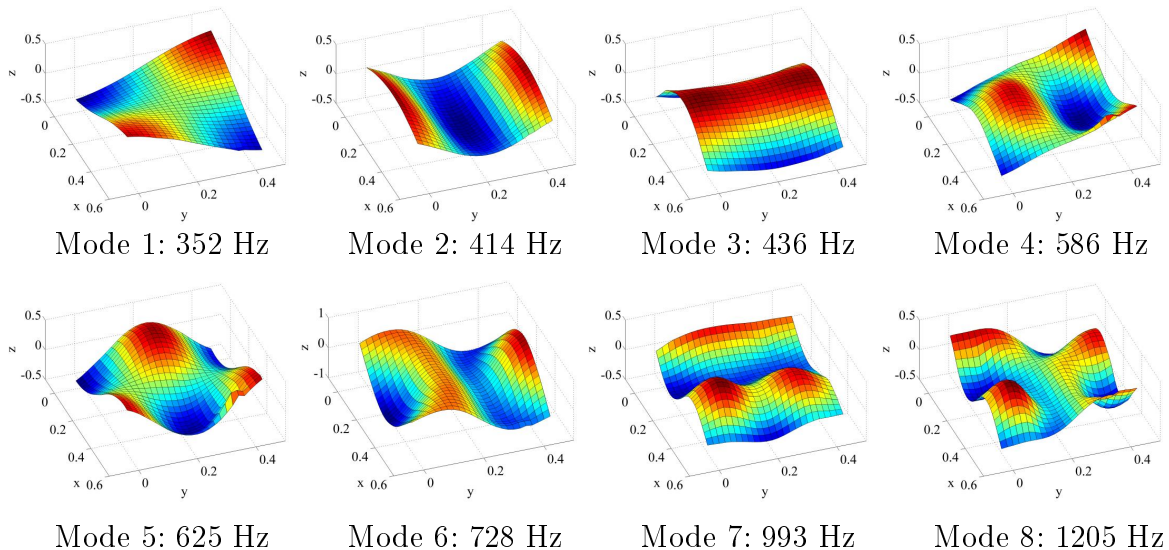


Abbildung B.2: Moden der Aufbauplatte bis 1.000 Hz

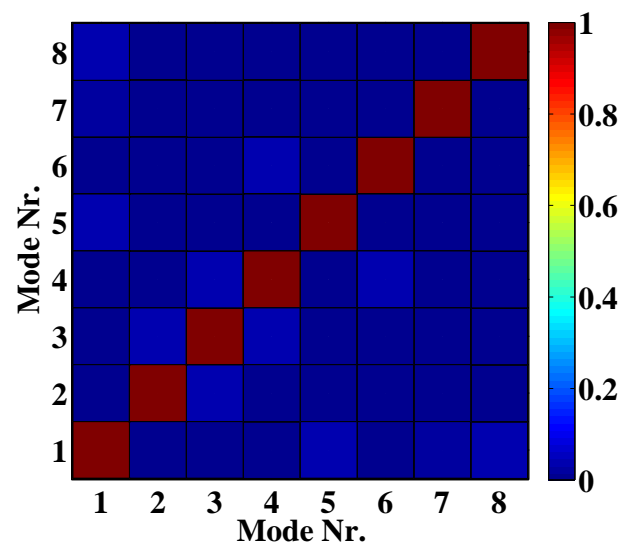


Abbildung B.3: MAC-Vergleich der Eigenvektoren der Moden



# C Modell des Lagers der dreiaxial aktiven Isolationsplattform

Ergänzend zur dreiaxial aktiven Isolationsplattform aus Kapitel 9.1 werden hier Matlab/Simulink-Blockschaltbilder der passiv-aktiven Lagerung dergestellt.

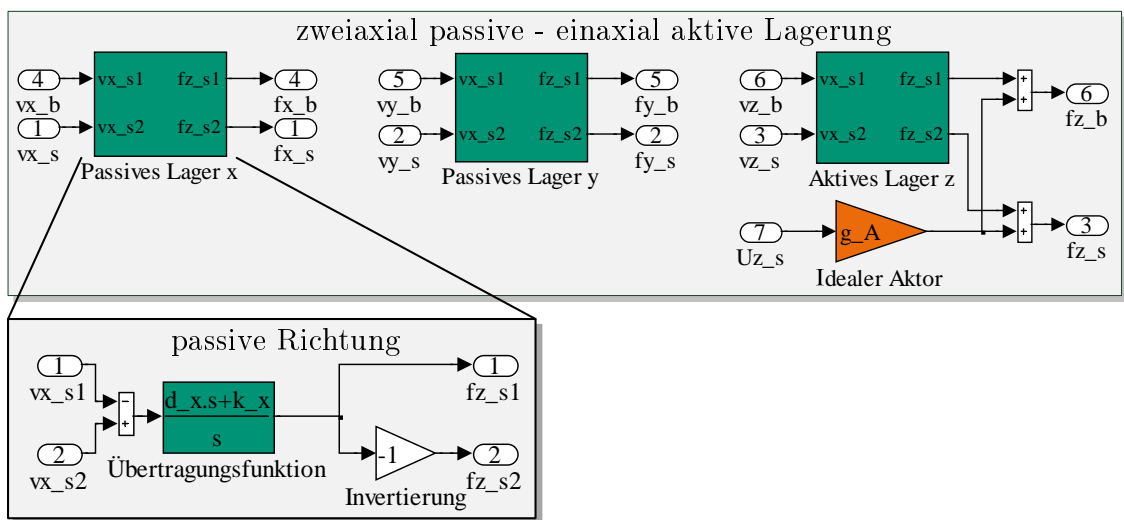


Abbildung C.1: Blockschaltbild des Simulinkmodells der idealen aktiven Lagerung

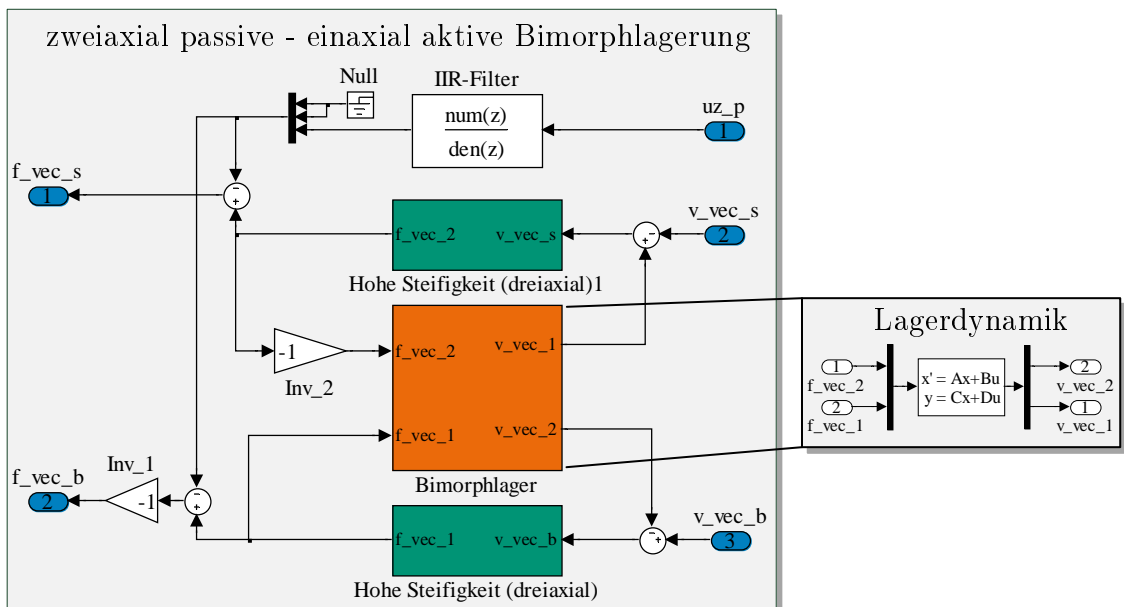


Abbildung C.2: Blockschaltbild des Simulinkmodells des aktiven Bimorphlagers

# Lebenslauf

## Persönliche Daten

|            |                 |
|------------|-----------------|
| Name       | Torsten Bartel  |
| Geburtstag | 12. August 1980 |
| Geburtsort | Bad Soden a.T.  |

## Berufstätigkeit

|                 |  |
|-----------------|--|
| 04/2008 - heute | Wissenschaftliche Mitarbeit am Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit in Darmstadt |
|-----------------|--|

## Studium

|                   |   |
|-------------------|---|
| 10/2001 - 02/2008 | Studium des Allgemeinen Maschinenbaus an der Technischen Universität Darmstadt  |
| 06/2007 - 02/2008 | Diplomarbeit am Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit in Darmstadt: „Entwicklung eines adaptiven Schwingungsabsorbers für ein Straßenbahnklimagerät“ |
| 10/2005 - 02/2006 | Studienarbeit am Fachbereich Konstruktiver Leichtbau und Bauweisen an der TU Darmstadt: „Keilanschluss für zug- und biegebelastete Faser-Verbund-Balken“                            |
| 07/2004 - 06/2005 | Auslandssemester am Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey in Querétaro, Mexiko  |

## Praxiserfahrung

|                   |  |
|-------------------|--|
| 02/2008 - 03/2008 | Hilfswissenschaftliche Tätigkeit am Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit |
| 05/2006 - 04/2007 | Hilfswissenschaftliche Tätigkeit im Fachbereich Verbrennungskraftmaschinen an der TU Darmstadt           |
| 08/2006 - 11/2006 | Betriebspraktikum bei der Robert Bosch GmbH in Stuttgart   |
| 09/2005 - 10/2005 | Grundpraktikum bei Seeger-Orbis GmbH & Co. OHG in Königstein   |
| 04/2004 - 09/2004 | Hilfswissenschaftliche Tätigkeit am Institut für Mechanik an der TU Darmstadt                            |

## Wehrdienst

|                   |   |
|-------------------|---|
| 07/2000 - 04/2001 | Grundwehrdienst im Bundesministerium der Verteidigung in Bonn |
|-------------------|---|

## Schulausbildung

|           |   |
|-----------|---|
| 1997-2000 | Gymnasiale Oberstufe in Kelkheim, Abschluss: Abitur |
|-----------|---|